

TEORÉTICA DE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA DEL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO APLICADA EN LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE FUNCIONES REALES EN EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA EN COLOMBIA

Edwing Enrique García Villabona¹

ORCID: 0000-0002-6910-0945

edwingvi@gmail.com

Estudiante de Doctorado en Educación.

**Instituto Pedagógico Rural "Gervasio Rubio" (IPRGR)
Venezuela.**

Recibido: 15/04/2025

Aprobado: 20/06/2025

RESUMEN

El conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje es una temática que ha sido de gran interés dentro de la Educación Matemática, así mismo resalta su carácter relacional y multidimensional, pues tanto docentes, contenido y estudiantes sólo logran un nivel de comprensión al relacionarse unos con otros, dentro de un contexto impregnado por una sociedad y cultura propia y particular. De esta forma, el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción de la Matemática (EOS) proporciona herramientas que facilitan la integración de nociones teóricas y puntos de vista sobre la enseñanza y aprendizaje del conocimiento matemático, destacándose la Idoneidad Didáctica (ID), como un criterio lícito de pertinencia y adecuación de conocimientos puestos en acción, agentes educativos, y recursos utilizados en un estudio matemático, tanto para establecer si lo realizado fue adecuado o apropiado o bien para orientar cómo se deben hacer. Desde esta perspectiva, se generó una aproximación teórica asociada a la ID del EOS, en la construcción del concepto de función real, en Educación Básica Secundaria en Colombia. Se realizó un estudio cualitativo a través de una perspectiva interpretativa, entrevistando a docentes y estudiantes del Colegio Agroecológico Holanda en Santander-Colombia, se programaron encuentros virtuales y presenciales para la recolección de la información. La Teoría Fundamentada y el empleo del Método Comparativo Constante fueron empleados para interpretar y analizar la información, y la calidad del estudio se estableció mediante la credibilidad,

¹ Ingeniero de Sistemas, Universidad Industrial de Santander. Magister en Educación, Universidad Autónoma de Bucaramanga. Candidato a Doctor en Educación, Universidad Pedagógica Experimental Libertadores (Venezuela).

auditabilidad y transferibilidad. La noción de ID, aporta elementos originales y significativos para guiar los procesos de enseñanza-aprendizaje de las funciones reales.

PALABRAS CLAVE: Teorética, idoneidad didáctica, enfoque ontosemiótico, funciones reales

**THEORETHICS OF THE DIDACTIC SUITABILITY OF THE ONTOSEMIOTIC
APPROACH APPLIED TO THE CONSTRUCTION OF THE CONCEPT OF REAL
FUNCTIONS IN BASIC SECONDARY EDUCATION IN COLOMBIA.**

ABSTRACT

Mathematical knowledge, its teaching and learning is a topic that has been of great interest within Mathematics Education, and also highlights its relational and multidimensional character, since teachers, content and students only achieve a level of understanding when they relate to each other, within a context impregnated by their own particular society and culture. Thus, the Ontosemiotic Approach to Knowledge and Instruction of Mathematics (EOS) provides tools that facilitate the integration of theoretical notions and points of view on the teaching and learning of mathematical knowledge, highlighting the Didactic Suitability (ID), as a lawful criterion of relevance and adequacy of knowledge put into action, educational agents, and resources used in a mathematical study, both to establish whether what was done was adequate or appropriate or to guide how it should be done. From this perspective, a theoretical approach associated with the ID of EOS in the construction of the concept of real function in Secondary Basic Education in Colombia was generated. A qualitative study was carried out through an interpretative perspective, interviewing teachers and students of the Colegio Agroecológico Holanda in Santander-Colombia, virtual and face-to-face meetings were scheduled for the collection of information. Grounded Theory and the use of the Constant Comparative Method were used to interpret and analyze the information, and the quality of the study was established through credibility, auditability and transferability. The notion of ID provides original and significant elements to guide the teaching-learning processes of real functions.

Keywords: Theoretics, didactic suitability, ontosemiotic approach, real functions

INTRODUCCIÓN

Las matemáticas desde tiempos remotos son parte del mundo del ser humano, un mundo práctico y a la vez abstracto, como ciencia, la matemática abarca muchos espacios en la vida del ser humano desde tiempos inmemoriales, y es uno de los saberes a través del cual el hombre ha logrado superar obstáculos y crear, tanto procesos como máquinas, apoyándose en las mediciones, los cálculos, las proyecciones, entre otras cosas. A pesar del rol tan importante que ocupan las matemáticas en el progreso de la humanidad, es innegable también la distancia que existe entre el reconocimiento de algunos conceptos a nivel escolar y su utilización consciente en el entorno social, el concepto de funciones reales es uno de ellos, incluso su aprendizaje dista de la debida apropiación, tanto en docentes como en estudiantes, al igual que la forma de aprendizaje, siendo así una dificultad no resuelta.

En este sentido es relevante establecer soluciones alternas, más para ello es demandante conocer cómo se viene administrando desde el punto de vista didáctico en el ámbito escolar y además estimar o valorar esa posible solución, a fin de determinar si su administración es acertada, conveniente o provechosa, es decir idónea. En atención a lo señalado, en el presente estudio se generó una aproximación teórica asociada a la Idoneidad Didáctica (ID) del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), aplicada en la construcción del concepto de función real, en Educación Básica Secundaria en Colombia.

El estudio de las funciones reales se presenta a lo largo de esta investigación, la cual se vincula con la necesidad de solucionar los problemas y circunstancias que surgen de la interacción entre los seres humanos y su entorno. Dada su relevancia en el desarrollo de habilidades para la comprensión de las estructuras básicas de la ciencia y las matemáticas avanzadas, la definición de función se considera un elemento esencial de los programas de matemáticas. De igual forma se revisa la ID como criterio de adecuación o pertinencia de un proceso de instrucción al proyecto educativo mencionado, con sus facetas y sus posibles interacciones entre sí: epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica.

Para Godino (2024) el abordaje sobre el conocimiento y la educación matemática se relaciona con los procesos instruccionales de enseñanza y de aprendizaje, basados en el diseño, implementación y evaluación que utilizan los docentes en su actividad profesional para ofrecerle a sus estudiantes las herramientas que le permitan reflexionar en su aprendizaje matemático. Es de destacar que investigadores como Arias y Rodríguez (2014), y Devia y Pinilla (2012), refieren que la formación matemática de la mayor parte de los jóvenes bachilleres, incluso los que pueden ingresar a las universidades, es deficiente, no sólo en conocimientos sino también en habilidades en Matemáticas, específicamente en el caso de las funciones reales.

Según Lupo (2015), a pesar que las funciones se enfatizan en los planes de estudio de nivel secundario antes que los estudiantes ingresen a las universidades, estos se gradúan con un pobre dominio de este importante concepto, lo que restringe

su acceso al cálculo y al modelado de situaciones y fenómenos en una variedad de campos profesionales y científicos. Los profesores deben ser conscientes de la necesidad de planificar teniendo en cuenta los significados institucionales que piensan estudiar. Deben adoptar una perspectiva amplia que vaya más allá de los elementos discursivos para crear y ejecutar un itinerario didáctico que considere los conocimientos previos de los estudiantes y les permita reconocer y resolver los conflictos a nivel semiótico que surjan en cualquier proceso de estudio, empleando los recursos necesarios, en este sentido la ID brinda elementos que sirven de apoyo para que los docentes superen dificultades y limitaciones en su práctica cotidiana.

MARCO TEÓRICO

Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS)

El Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) es un marco teórico que surge desde la Didáctica de las Matemáticas, con el objetivo de integrar diferentes nociones teóricas y puntos de vista sobre la enseñanza y aprendizaje del conocimiento matemático, más su propósito no consiste en unir todas las teorías que existen sobre educación matemática. Aparece en los años 90 como propuesta de trabajo del grupo de investigación en Teoría de la Educación Matemática de la Universidad de Granada-España, liderado por el Dr. Juan D. Godino, desde su

origen hasta el presente se han empleado en la investigación de los procesos didácticos en diferentes temáticas del área matemática.

Según Godino, Batanero y Font (2007), el EOS se compone actualmente de cinco grupos de nociones teóricas, (Figura 1) que analizan aspectos complementarios de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, a saber: los sistemas de prácticas, los objetos y procesos, las configuraciones didácticas, los sistemas normativos y la idoneidad didáctica.

Figura 1. Componentes del EOS



Desde una perspectiva más general el EOS constituye un sistema teórico inclusivo, abierto y dinámico, promotor de reflexión, comparación y articulación de marcos teóricos necesarios y suficientes para el estudio de los complejos procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en general.

En este caso, considerando los objetivos y propósitos del mismo, el EOS proporciona un soporte teórico fundamental para la comprensión del objeto de estudio, similarmente dentro del EOS se consideró apropiado seleccionar la noción Idoneidad Didáctica como elemento primordial de este estudio, pues el mismo interacciona y acciona de manera sustancial con las demás nociones, la misma será descrita con mayor detalle en el siguiente apartado.

Idoneidad Didáctica (ID) de un Proceso de Instrucción

Font (2018) puntualiza la idoneidad didáctica (ID) de un proceso de instrucción como el grado en que un todo un proceso o parte de él, reúne un conjunto de características que aprueban estimarlo como idóneo, es decir óptimo o adecuado, para adaptar los significados personales logrados por los estudiantes a través del aprendizaje y los significados institucionales pretendidos o implementados o enseñanza, considerando las circunstancias y recursos del entorno. Los elementos en los que se apoya la ID han sido introducidos gradualmente al EOS como herramientas de una didáctica normativa, enfocada a la intervención eficaz en el aula.

A juicio de Godino (2024) la idoneidad de un proceso de instrucción pretendido (programado o implementado) se define como la articulación coherente y sistémica de seis facetas y sus posibles interacciones entre sí: epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica (Tabla 1).

Tabla 1. *Componentes de la ID*

Idoneidad	Relativa a
1.Epistémica	los significados institucionales
2.Cognitiva	los significados personales
3.Interaccional	las interacciones docentes-discentes;
4.Mediacional	los recursos tecnológicos y temporales;
5.Emocional	las actitudes, afectos y emociones
6.Ecológica	las relaciones intra e interdisciplinarias.

La noción de ID es versátil, Godino (2013) acota que tiene un rango de aplicación amplio; en el caso de este estudio permitirá analizar los protocolos utilizados por los docentes de matemática en la construcción del concepto de función real.

La noción de ID acompañado de su sistema de indicadores y componentes, representa un recurso teórico que facilita la actitud reflexiva de los docentes ante su propia práctica. El objetivo es crear un conjunto estructurado de indicadores de calidad de un proceso matemático que cuente con un consenso en la comunidad matemática, un sistema flexible, que permita el refinamiento, extensión y concreción, con el propósito transformar el trabajo del docente de matemáticas en una actividad tecnológica y no una simple innovación artesanal.

Conocimiento de un Concepto

Para iniciar, es importante establecer la definición de diversos autores con respecto al concepto de conocimiento, a través de diversas disciplinas citadas a continuación:

El físico Almaguer (2007) destaca como la humanidad permanece en una continua búsqueda que le permita explicar y analizar los fenómenos que la rodean, además refiere que toda la información procesada por los humanos, la cual refleja las propiedades de los objetos en su mente, se denomina conocimiento.

Además del aporte anterior, durante un largo tiempo se han fijado dos formas de conocimiento: el común y el científico. Bachelard (1978) explica que el conocimiento común es el que resulta de la percepción, se construye por la observación de los fenómenos y está condicionado por la experiencia sensorial de quien lo examina. Por otra parte, el conocimiento científico se construye a través de la abstracción, rompiendo con la experiencia inmediata, transitando de lo sensible a lo inteligible, creando un contexto en el que es más significativo comprender que memorizar. Desde lo matemático la abstracción es ir más allá de las fórmulas, explorando el trayecto que condujo a ellas indagando en su pasado.

Ahora, si nos enfocamos en el campo de la pedagogía, según Piaget, la inteligencia es un proceso de adaptación fundamentada en un balance entre la asimilación y la acomodación. En este caso el conocimiento no está en el sujeto o en el objeto, sino en la interacción de los dos o “construcción”.

En este sentido se hace necesaria la definición de concepto dentro del entorno educativo y particularmente el matemático. Para este apartado se destacan autores como Vergnaud (citado por Moreira, 2011) quien define el término como una tríada compuesta por el referente o conjunto de situaciones que dan sentido al concepto, a esto se suman las invariantes sobre los que reposa la operatividad de los esquemas entendido como significado, y cierra con el significantes, que integra formas lingüísticas y no lingüísticas que representan simbólicamente el concepto, las situaciones, los procedimientos de sus tratamientos y sus propiedades.

Por su parte, el matemático Hitt (1997) menciona que “el conocimiento de un concepto es estable en un alumno, si este es capaz de articular sin contradicciones diferentes representaciones del mismo, así como recurrir a ellas en forma espontánea durante la resolución de problemas”.

Como puede notarse los conceptos en matemáticas juegan un papel muy importante en los alumnos y su desarrollo de habilidades, primero mentalmente y posteriormente identificando determinadas situaciones si son correctos o no.

Función Real

Una Construcción Conceptual

Uno de los contenidos matemáticos que se encuentra entre los más seleccionados para considerar en la investigación matemática, es el relativo a funciones, viene siendo estudiado desde diferentes puntos de vista: asociado a su construcción conceptual, aplicaciones en la vida diaria, estrategias de aprendizaje, protocolos de instrucción, como punto de partida para el logro de otros conceptos matemáticos, obstáculos epistemológicos y actos de entendimiento, pensamiento y lenguaje variacional, articulación de registros y representaciones semióticas, entre otras muchas.

Esta preferencia tal vez viene dada por la presencia del concepto de función en todas las matemáticas, en correspondencia con Ugalde (2014), no solo es fundamental en las áreas propias de las matemáticas, sino que es la herramienta esencial para indagar, modelar o describir las actividades y los fenómenos que se perciben diariamente. Así mismo sirve de soporte para el desarrollo de otros conceptos, en fin, según Eisenberg (1991), "...el concepto de función ha llegado a ser una de las ideas fundamentales de las matemáticas contemporáneas, permeando virtualmente todas las áreas de la materia" (p.140)

Generalmente el proceso de enseñanza y aprendizaje de los tópicos relativos al tema de funciones en la mayoría de los sistemas educativos, está presente desde las series iniciales de enseñanza básica hasta las series finales de enseñanza en el bachillerato. Es de destacar que a los alumnos que ingresan al nivel universitario en

ciertas áreas, se les exigen competencias en los temas relacionados a funciones, en palabras de Carlson y Oehrtman (2005): “El concepto de función es central para la matemática previa a la universidad, fundamental para la matemática moderna y esencial en áreas relacionadas de las ciencias” (p.1).

El concepto actual de función se consolidó en 1837, con el matemático Dirichlet, aunque Leibniz en 1673 ya había manifestado algunas ideas relacionadas en sus investigaciones. Las representaciones del concepto de función son variadas, las más fundamentales comprenden: tabular, verbal, gráfica y analítica; aunque existen otras que también forman parte de la actividad matemática, tales como: diagramas de Venn o de flechas, de máquinas, sagitales, (Berciano, Ortega del Rincón y Puerta, 2015). Cada una de estas representaciones comprende significados, donde el aprendizaje esta mediado tanto por su interacción, el aprendizaje de los estudiantes y la lógica propia del conocimiento.

La comprensión por parte del estudiante del concepto de función y su utilidad, generan un paradigma en el aprendizaje de las matemáticas, aunque sea una noción relativamente sencilla, los estudiantes, muestran confusión y limitaciones (Planchart, 1999). En la opinión de Azcárate y Deulofeu (1990), las definiciones de la noción de función más comunes, comprenden: la correspondencia entre elementos de dos conjuntos y entre valores de variables, la dependencia entre dos variables, y el conjunto de pares ordenados.

De estas definiciones de función, la más aceptada es la regla de correspondencia, y es la que particularmente se emplea en la enseñanza secundaria y cálculo. Al respecto, Hitt (2000) considera que es pertinente para la adquisición del concepto de función, el desarrollo de la idea intuitiva de variación, siendo así, se considera la definición que emplea la variable independiente y dependiente como la más adecuada para el nivel medio, además esta definición está vinculada a problemas de contexto real; la definición en términos de correspondencia sería la apropiada en el nivel superior y la definición conjuntista debería emplearse para estudiantes de la carrera de matemáticas.

En este sentido, resalta que la aprehensión del concepto de función es un proceso cognitivo complejo, tanto para los estudiantes como para los docentes de secundaria, debido a la presencia de obstáculos cognitivos de carácter epistemológico, algunos provocados por el orden didáctico y otros por la concepción que los mismos docentes de matemáticas han elaborado y que comunican a sus estudiantes. Usualmente en la selección de la definición de función a utilizar, no priva el criterio pedagógico, el nivel de estudio o los objetivos del curso, incluso se desestima, en palabras de Hitt (2000), que: “A través de las funciones podemos modelar matemáticamente un fenómeno de la vida real describir y analizar relaciones de hechos sin necesidad de hacer a cada momento una descripción verbal o un cálculo complicado de cada uno de los sucesos que estamos describiendo”. (p. 81).

Ahora bien, considerando las representaciones, el dominio de un concepto matemático implica entender cada una de sus representaciones, su significado, sus reglas internas, y la conversión de una representación en otra.

Representaciones Semióticas y Matemáticas-Función Real

La utilización de signos o símbolos para representar el mundo circundante no es ajena al individuo y por ende a los estudiantes. Es evidente que se interactúa continuamente con este tipo de caracteres y que estos contribuyen a la creación de significados. Según Duval, (citado por Zúñiga, 2009) hay dos tipos de representaciones: (a) mentales, definidas como las concepciones que se pueden tener sobre un objeto o una situación y (b) semióticas, producidas por signos de un mismo sistema de representación.

Las representaciones semióticas son importantes para desarrollar las representaciones mentales y la producción de conocimiento. En el caso de un objeto matemático son indispensables, debido a que no son directamente accesibles.

Según Zúñiga (2009) al tener en cuenta los lineamientos teóricos de Duval el cual menciona como para construir conceptos matemáticos se debe trabajar más de un sistema de representación, ejecutando la conversión de una representación a otra; de esta forma la articulación entre registros originará la construcción de conceptos matemáticos.

Con relación a las representaciones semióticas para las funciones reales, se materializan a través de cuatro sistemas de representación, a saber, gráfica, tabular, analítica y verbal, cada una de las cuales resalta distintos aspectos del concepto.

Cada una de estas representaciones semióticas de las funciones, usan códigos diferentes para presentar la relación funcional entre las variables, los cuales no poseen equivalencias, ni en la información que codifican, ni en complejidad, ni en la formación que demanda un alumno para su comprensión. Ahora bien, y en correspondencia con Janvier (1987), en el aprendizaje del concepto de función es primordial conseguir que el alumno vislumbre la representación utilizada en cada caso y emplee su capacidad y la destreza para traducir la información de una representación a otra. Mas, sin embargo, generalmente en el aula se realiza este movimiento entre registros como si se tratara de nociones transparentes e intuitivas que no necesitan explicarse, lo que podría crear conflictos de entendimiento del concepto por parte de los alumnos, con su habida consecuencia de limitación de aprendizaje del concepto.

FUNDAMENTACIÓN METODOLÓGICA

Considerando la naturaleza y propósito de esta investigación la misma se ubica dentro del paradigma interpretativo, la cual de acuerdo con Sandín (2003), se corresponde con una investigación cualitativa, concebida por Strauss y Corbin (2002) como:

Cualquier tipo de investigación que produce hallazgos a los que no se llega por medio de procedimientos estadísticos u otros medios de cuantificación. Puede tratarse de investigaciones sobre la vida de la gente, las experiencias vividas, los comportamientos, emociones y sentimientos, así como el funcionamiento de organizaciones, los fenómenos culturales y la interacción entre las acciones. (p.19)

En este sentido, la investigación se desarrolló en un ambiente natural, el colegio Agroecológico Holanda ubicado en el Municipio de Piedecuesta, Departamento de Santander-Colombia, donde los participantes del estudio hacen vida académica.

En la investigación se realizaron entrevistas individuales a tres (3) docentes que administran matemática en 9no. Grado de Educación de Básica Secundaria y a dos (2) estudiantes que por sus características propias ya han tenido contacto con la construcción del Concepto de Función Real. Es importante considerar que, en esta interacción investigador-participante, se desarrolló una construcción social de redes comunicativas con el propósito de entender, descifrar e interpretar los pensamientos, percepciones y comportamientos de los participantes, a fin de conocer como elaboran y/o construyen el conocimiento referido dentro de dicho contexto.

Para el registro de la información recolectada se utilizó como instrumento básico el guion de entrevista, el cual se desarrolló mediante un grupo de propuestas y/o interrogaciones abiertas y generales, que sirvieron de orientación y que no fueran limitantes ni dieran pautas que sugirieran las respuestas, a fin de permitir la reconstrucción de los modelos mentales de los participantes, así como de la

representación de su contexto, facilitando que cada participante definiera en sus propias palabras y desde sus referentes, lo acontecido.

Procedimiento para el Análisis e Interpretación de la Información

Dentro de la investigación cualitativa existen diversos métodos para recoger la información y analizarla. Para esta investigación se recurrirá a la Teoría Fundamentada (TF) creada por Barney Glaser y Anselm Strauss.

En síntesis, la Teoría Fundamentada nos indica un procedimiento con tres pasos fundamentales: inducción, deducción y verificación, a partir de los datos obtenidos se elaboran unas primeras conjeturas que luego serán verificadas a lo largo del proceso de análisis. Los procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada se centran en el Método de la Comparación Continua (MCC) y el muestreo teórico.

Cabe señalar que la obtención y el análisis de los datos se realizan de manera simultánea con el objetivo de identificar vacíos en los datos que requieran mayor indagación para que, a través del muestreo teórico y el análisis comparativo y sistemático de la información y la saturación de la misma, se integran los hallazgos de la investigación, mejorándola con la contribución del marco teórico referencial

En este estudio se utilizaron los criterios propuestos por Lincoln y Guba (1985) para estimar la calidad de una investigación cualitativa, los cuales son: credibilidad, auditabilidad y transferibilidad.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN

Una vez recabada la información con los instrumentos diseñados para este fin, fue necesario procesarlos; es decir, presentarlos e interpretarlos, lo que permitió llegar a inferencias en relación con las interrogantes planteadas. En el caso de esta investigación, desarrollada desde un enfoque cualitativo, la información derivada es de tipo descriptivo, las propias palabras de los docentes y estudiantes implicados en el estudio y su conducta observada.

En primer término, se realizó la transcripción de las entrevistas, con apoyo de las notas de campo, luego se efectuó la primera interpretación de la información (Codificación Abierta), donde se inició la categorización de los fenómenos, con la escritura detallada de notas preliminares (nemos). Posteriormente se desplegó un proceso repetitivo de comparación, integración y combinación de categorías y sus propiedades, (Codificación Axial) hasta que las categorías se transformaron más explícitas; se fusionaron categorías superpuestas hasta reducirlas a un mínimo conveniente, para discurrir la posibilidad de la generación de conceptos teóricos (Codificación Selectiva, que es en sí misma la teorización)

Partiendo del análisis comparativo y sistemático de la información, se articularon y/o disintieron los resultados con estudios paralelos o similares presentados en la fundamentación teórica para engrandecer y profundizar la comprensión de lo estudiado.

Por último, se integraron coherente y lógicamente los resultados de la investigación enriqueciéndolo con aportes de autores reseñados en la fundamentación teórica.

En cuanto a las categorías y sub-categorías emergentes en atención a la preeminencia de la información, se realizó en cuadros-matriz por dimensiones. Es de destacar que la información desplegada, interpretada y analizada facilitó la construcción del conjunto de inferencias epistémicas concernientes a los protocolos aplicados en la construcción del concepto de función, que contribuyen con la generación de una teoría que fortalezca la práctica matemática en Educación Básica Secundaria en Colombia.

Proposiciones asociadas a la Idoneidad Didáctica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, en la construcción del concepto de función.

Las definiciones matemáticas son exhibidas por los docentes al inicio de una temática específica, todo esto de una manera formal, contradiciendo las bases de una didáctica orientada a la acción y a la construcción del conocimiento matemático.

Los docentes de matemáticas y de otras áreas se enfrentan a exigencias didácticas innovadoras en estos nuevos tiempos, requiriendo una mayor atención por parte de los investigadores en el campo de la didáctica de la matemática.

La mayor parte de los trabajos escritos sobre educación matemática van dirigidas a la enseñanza, quedando poco espacio para reflexionar sobre el aprendizaje de las

matemáticas, las cuales propician el pensamiento crítico, la participación, y la resolución de problemas matemáticos, más allá de la simple memorización.

Es fundamental la intervención educativa como una acción para mejorar el aprendizaje, el desarrollo educativo y bienestar psicosocial del estudiante de Básica secundaria de Colombia, promoviendo cambios sustanciales de conducta y de conocimientos en los estudiantes. Estas intervenciones se deben ajustar a las necesidades específicas de cada estudiante, ser supervisadas por los padres y los profesionales de la institución educativa, de tal manera que la familia y la institución puedan evaluar el progreso estudiantil.

La didáctica de las matemáticas en la Educación Básica secundaria. tiene como objetivo individualizar la enseñanza del concepto de función real, por tal razón, un docente de matemáticas debe aplicar constantemente los protocolos aplicados a la construcción del concepto de función siendo competente en el conocimiento de las matemáticas, las estrategias adecuadas y en la metodología a utilizar para que el estudiante construya su propio conocimiento.

CONSIDERACIONES Y REFLEXIONES FINALES

Consideraciones

Las matemáticas son parte de la vida diaria y se necesita de ellas en todos sus semblantes, debido a que tienen gran cantidad de aplicaciones relacionadas con diversas áreas del conocimiento, siendo esta asignatura en básica secundaria el único vínculo para entender el medio que nos rodea, y nos permite solucionar y resolver situaciones problémicas.

No obstante, las matemáticas dentro de las instituciones educativas colombianas por lo general suele ser la asignatura más compleja y aburrida porque numerosas de las estrategias aplicadas por los docentes en el aula, desmotivan su aprendizaje. Es de suma importancia que el estudiante posea un papel activo en el aprendizaje, en donde el conocimiento adquirido constituya un modelo para afrontar su realidad de forma lógica y coherente.

El profesor de matemáticas motiva a partir de la metodología de enseñanza del área y sus estrategias en el aula de clases, de esta manera, puede disminuir los índices de fracaso escolar, repitencia o abandono escolar. En el caso de las estrategias metodológicas, estas son las que finalmente ayudan a que el docente encuentre la orientación necesaria para su labor educativa, acompañado de una constante actualización y revisión de su planificación. El empleo apropiado de las estrategias de

aprendizaje desarrolla en los estudiantes una estructura de pensamiento orientada a la resolución de problemas, la demostración de los procedimientos, y la profundización de conceptos matemáticos.

Asimismo, el estudiante debe reflexionar acerca de su proceso e investigar de manera más detallada sobre el contenido que se imparte en la clase, llevando el conocimiento a un siguiente nivel investigativo, reflexivo y autónomo.

Reflexiones

A razón de los propósitos de esta investigación, se muestran las siguientes reflexiones y sugerencias que están orientadas a mejorar la práctica educativa en el área de matemáticas:

1. Formación continua para docentes de matemática: (a) Implementar programas de formación continua: los programas deben incluir talleres y seminarios sobre la idoneidad didáctica del enfoque ontosemiótico, así como estrategias de aprendizaje, de enseñanza y metodológica para integrar dimensiones cognitivas, emocionales, sociales y culturales en la enseñanza; y (b) Crear espacios de intercambio: establecer espacios regulares para que los docentes de matemática en educación Básica secundaria puedan compartir sus experiencias, percepciones y buenas prácticas relacionadas con la implementación de un enfoque integral y ontosemiótico.

2. Estos espacios educativos fomentan el aprendizaje colaborativo y el intercambio de ideas innovadoras, para ello es importante: (a) Establecer mecanismos de evaluación y retroalimentación: permitir a los docentes reflexionar sobre su práctica pedagógica en el área de las matemáticas y ajustar sus métodos para mejorar la efectividad en la construcción del concepto de funciones reales.

3. Fomento de prácticas pedagógicas innovadoras: (a) Mejorar la infraestructura tecnológica en las aulas de clase: proporcionar acceso a herramientas digitales y conectividad adecuada permitirá a los docentes y estudiantes de educación básica secundaria utilizar recursos tecnológicos para enriquecer el proceso de enseñanza y de aprendizaje; y (b) Documentar y difundir prácticas exitosas: publicar, presentar en conferencias y compartir en plataformas digitales las prácticas pedagógicas que estimulan la construcción del concepto de funciones reales, permitiendo a otros docentes conocer y aplicar estas estrategias en sus propios contextos educativos.

4. Promover proyectos matemáticos creativos: (a) Al implementar talleres de funciones reales, proyectos de investigación y dinámicas de resolución de problemas en diversas áreas del conocimiento para desarrollar el pensamiento crítico en los estudiantes.

5. Fomento de la intervención educativa y la mediación: (a) Involucrar a la comunidad educativa: incluir a padres y miembros de la comunidad local como mediadores en el aprendizaje de sus hijos en el área de matemáticas, a fin de

enriquecer el proceso educativo y fortalecimiento de los lazos comunitarios y el sentido de pertenencia.

Se sugiere proporcionar un marco de acción concreto para que las instituciones educativas con educación básica secundaria en la región colombiana puedan adaptar un enfoque integral en sus prácticas pedagógicas matemáticas, fomentando así el pensamiento crítico de sus estudiantes y preparándolos para enfrentar los desafíos mundiales.

REFERENCIAS

- Almaguer, F. (2007). An onto-semiotic approach to representations in mathematics education. *For the Learning of Mathematics* 27 (2).
- Arias, F. y Rodríguez, K. (2014). Formación matemática en la educación secundaria desde la perspectiva de los estudiantes que inician estudios en la Universidad de Costa Rica. Disponible: <http://ve.scielo.org/pdf/pg/v35n2/art08.pdf>. [Consulta: 2023, Marzo 13]
- Azcarate, C., y Defelou, J. (1990). *Funciones y gráficas*. Madrid: Síntesis.
- Bachelard, G. (1978). *El racionalismo aplicado*. Buenos Aires: Paidós.
- Barberá, E., y Gómez, C. (1996). Las estrategias de enseñanza y evaluación en matemáticas. En C. Moreno, y I. Solé, *El asesoramiento psicopedagógico: una perspectiva profesional y constructivista* (págs. 383-404). Madrid: Alianza.
- Berciano, A., Ortega del Rincón, T. & Puerta, M. (2015). Aprendizajes de las interpolaciones gráficas y algebraicas. *Análisis comparativo. Enseñanza de las Ciencias*, 33(3), 43-58.
- Brousseau, B. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer A.
- Brousseau, G. (1997). Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7 (2), 33-115.
- Carlson, M. y Oehrtman, M. (2005). *Key Aspects of Knowing and Learning the Concept of Function*. Research Sampler, MAA
- D'Amore, B., Godino, J. y Fandiño, M.I. (2008). *Competencias y matemática*. Bogotá: Magisterio.
- Devia, R. y Pinilla, C. (2012). La enseñanza de la matemática: de la formación al trabajo de aula. Disponible: <http://www.saber.ula.ve/bitstream/handle/123456789/36831/articulo15.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. [Consulta: 2023, Marzo 13]

- Duval, R. (1999). Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. (M. Vega, Trad.) Cali: Síntesis. Editorial Archidona
- Eisenberg, T. (1991). Functions and associated learning difficulties. En D. Tall, (Ed.) *Advanced mathematical thinking*. Dordrecht: Kluwert, p. 140-152.
- Eisenberg, T. (1992). On the Development of a Sense for Functions, The Concept of Function, Aspects of Epistemology and Pedagogy, G. Harel and E. Dubinsky (Eds.), *MAA Notes Volume 25*, 153 - 174.
- Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de docente. *Educação Matemática Pesquisa*, 8 (1), 67-98.
- Font, V. (2018). *The philosophy of mathematics education*. London, UK: Falmer Press.
- Freudenthal, H. (1967). Why to teach mathematics so as to be useful. *Educational Studies in Mathematics*, 1, 3-8.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: Reidel.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education. China Lectures*. Dordrecht: 19 Kluwer Academic Publishers.
- Godino J. D. y Llinares, S. (2000). El interaccionismo simbólico en educación matemática. *Educación Matemática*, 12 (1) 70-92.
- Godino, J. C., Batanero, C., Font, V. y Giacomome, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del docente de matemáticas: el modelo CCDM. *Investigación en Educación Matemática XX*. Málaga: Ed. SEIEM, 2016. p. 288-297.
- Godino, J. C. (2022). La idoneidad didáctica como herramienta de análisis y reflexión sobre la práctica del docente de matemáticas. [Documento en línea]. Disponible: http://villarrica.uc.cl/files/matematica/trabjaosnac_int/CI%2003.pdf. [Consulta: 2020, Noviembre 25]
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 22, (2/3), 237–284.

- Godino, J. D. (2007). Mathematical concepts, their meaning, and understanding. En: L. Puig y A. Gutierrez(Eds.), Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 2-417-424), Universidad de Valencia.'
- Godino, J. D. (2013). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Didactiques des Mathematiques*, 22 (2/3), 237-284
- Godino, J. D. (2014). Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. [Documento en línea]. Disponible: URL: http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_tfs.htm. [Consulta: 2020, Noviembre 25]
- Godino, J. D. (2024). Enfoque ontosemiótico en educación matemática. Fundamentos, herramientas y aplicaciones. McGraw Hill-Aula Magna. ISBN:9788410066519.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.-195). Dordrecht: Kluwer, A. P.
- Godino, J. D. y Font, V. (2003). Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. ISBN: 84-932510-7-0. [Documento en línea]. Disponible: <http://www.ugr.es/local/jgodino/>. [Consulta: 2020, Noviembre 25]
- Godino, J. D., (2009). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, XXVII (2), 221–252.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006) Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, XXVII (2), 221-252.

- Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26 (1), 39-88.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Castro, C. de (2009). Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de la Matemática desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59–76
- Hitt F. (1997). Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos y didácticos. *Investigaciones en Educación Matemática Vol. I* (Editor F. Hitt), Grupo Editorial Iberoamérica, México.
- Hitt F. (2000). Funciones en Contexto. Proyecto sobre Visualización Matemática. Departamento de Matemática Educativa. México. *Latinoamericana Vol.23*, 43-61.
- Hitt, F. (2014). Nuevas tendencias en la enseñanza del cálculo: la derivada en ambientes TICE. Departamento de Matemática. Universidad Quebec.
- Janvier, C. (1987). *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum A.P.
- Lincoln, Y. y Guba, E. (1985). *Naturalistic Inquiri*. Beverly Hills: Sage Publications.
- Lupo, C. (2015) Capacitación de Docente en Matemática Contextual: Proyecto Exitoso en Brasil. [Documento en línea]. Disponible: [http://www.cord.org/uploadedfiles/Brazil %5Freport%5FSpanish.pdf](http://www.cord.org/uploadedfiles/Brazil%5Freport%5FSpanish.pdf). [Consulta: 2020, Noviembre 25]
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares*. Bogotá: Libros y libros S.A.
- Moreira, M. A. (2011). La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área. *Publicación UFGRS*, 1-28.
- Morin, E. (1994). *Introducción al pensamiento complejo*. Barcelona: Gedisa.
- Peirce, C. S. (1931-58). *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, 8 vols., C. Hartshorne, P. Weiss y A. W. Burks (eds.). Cambridge: Harvard University Press
- Pérez Serrano, G. (2007). *Desafíos de la Investigación Cualitativa*. Santiago de Chile, Centro de Formación de Docente

- Piaget, J. (1975). *Psicología y pedagogía*. Barcelona: Ariel.
- Piaget, J. (1979). *Tratado de lógica y conocimiento científico (1). Naturaleza y métodos de la epistemología*. Buenos Aires: Paidós.
- Planchart O. (1999). *Matemática desde el Contexto Biológico*. TI- CARES Hispano. Volumen 2.
- Radford, L. (2006). Introducción. *Semiótica y educación matemática*. Revista Latinoamericana de Matemática Educativa, Número especial, pp. 7-22.
- Rocher, G., 1996, *Introducción a la sociología general*. Barcelona, Herder
- Rodríguez, J. (2015). *Metodología de la Investigación cualitativa*. Aljibe.
- Serrano, J. M., y Pons, R. M. (2011). *El desarrollo del conocimiento matemático*.
- Strauss, A. L. y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundada (1. ed.)*. Medellín: Editorial Universidad de Antioquia.
- Ugalde, W. J. (2014). *Funciones: desarrollo histórico del concepto y actividades de enseñanza-aprendizaje*. *Matemática, Educación e Internet*, 14(1), 1-48.
- Zúñiga, M. I. (2009). *Un estudio acerca de la construcción del concepto de función, visualización en alumnos de un curso de Cálculo I*. Tesis Doctoral no publicada. Tegucigalpa: Universidad Pedagógica Nacional Francisco de Morazán.