LA DEFINICIÓN DE PROBABILIDAD Y SU ENSEÑANZA A PARTIR DE SUS SIGNIFICADOS: REFLEXIONES

Gerardo Eduardo Serrano-Díaz[1]
gserranodiazorama@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-9728-2854
Universidad Pedagógica Experimental Libertador

Recibido: 15/11/2021 **Aprobado**: 12/04/2022

RESUMEN

El concepto de probabilidad está sujeto a fundamentos teóricos que la sustentan y a realidades en donde se evidencia su aplicabilidad. Con respecto al segundo aspecto, entran todas aquellas apreciaciones, ideas y preconceptos cuyo origen está en la cotidianidad. Allí se encuentran los primeros elementos que sirven para comprender la teoría construida a partir de ellos. Así, surgen cinco significados fundamentales que caracterizan a la probabilidad como lo son el intuitivo, clásico o laplaciano, frecuencial, subjetivo y matemático o axiomático. Dichos significados dificultan dar una definición completa de probabilidad, pero sirven para tener una idea sobre ella y a la vez representan un recurso asertivo para emprender acciones pedagógicas, confluyentes en la comprensión del concepto, desde los niveles fundamentales de la educación. Por ello el presente artículo, presenta un conjunto de reflexiones para que el docente emprenda su labor en esta dirección. Previo a ello se generó una definición aproximada de probabilidad.

Palabras clave: Probabilidad, Significados de probabilidad, Enseñanza del concepto de probabilidad.

THE DEFINITION OF PROBABILITY AND ITS TEACHING FROM ITS MEANINGS: REFLECTIONS

ABSTRACT

Probability concept have theorical fundamentals and applications. By this way originates the five basic probability meanings: intuitive, classic, frequently, subjective and axiomatic or mathematic. Is difficult to generate a probability definition, considering that meanings; but gives a set of ideas about it. Also, it means the beginning to create pedagogical actions for the probability concept comprehension, across the fundamentals level of teaching. This article shows a set of thought that will be able to begin the teacher labor in that sense. Previously is generate an approach probability definition.

Key Words: Probability, Probability meanings, Probability concept teaching.

[1] **Gerardo Eduardo Serrano-Díaz.** Profesor en Matemática UPEL-IPMJMSM (1995). Magíster en Educación mención: Enseñanza de la Matemática UPEL-IPC (2005). Doctor en Educación UPEL-IPC (2009)**. Institución de adscripción:** Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Miranda "José Manuel Siso Martínez" (UPEL-IPMJMSM), Venezuela.

Introducción

La búsqueda de establecer conceptos, las ideas generadas en la realidad, y los cambios paradigmáticos, consecuentes de los anteriores, han desafiado el intelecto de mentes brillantes, en diferentes épocas. Muchos son los hallazgos que así lo refrendan. Ejemplos, podemos hallar en la "cuadratura del círculo" y en la construcción de algunos polígonos regulares cuya solución derivó en el campo del álgebra, a pesar de haber sido originados en la geometría. Las ideas matemáticas en general y en este caso, la estadística como ramificación disciplinar de las mismas, no han escapado a ello.

La ciencia, que se había fundamentado en métodos cuantitativos, también ha sufrido transformaciones paradigmáticas para ampliar el espectro metodológico allende las mediciones. Esta situación se deriva de la divergencia, entropía y particularidad que las realidades a estudiar afloran; replanteando, como era de esperarse, la manera de abordar aquellas, en la búsqueda de resultados más fidedignos.

Desde esta perspectiva, la relación o discrepancia entre las señales que nos dan las realidades y los conceptos establecidos en una disciplina encargada de estudiarlas, genera un cambio o amplitud en los segundos. Pudiera ser el caso del concepto de Probabilidad. Por ello, partiendo de diferentes ideas señaladas por autores como Batanero (2005), Londoño y Montoya (2010) Gómez, Contreras, J y Batanero (2015) el presente ensayo produce algunas reflexiones finales que conduzcan a disertaciones, discusiones y debates en pro de abordar las acciones para el aprendizaje del concepto de Probabilidad.

Síntesis histórica en la matemática

Para iniciar es importante partir de la dicotomía universal que ha trascendido por siglos: matemática en la realidad vs matemática teórica ¿cuál de las dos soporta a la matemática? ¿cuál de las dos la construye? Desde allí, vale señalar que la actividad matemática está inmersa en el ser humano desde que nace, debido a un conjunto de habilidades innatas como lo son medir, contar, localizar, diseñar, explicar y jugar, ente otras, a las cuales Bisop (1999) les da el nombre de aptitudes protomatemáticas. Esta categorización establecida por el autor, representa una especie de equivalencia con aquellas habilidades del ser humano, para construir y comprender la codificación comunicacional (lenguaje) propios de una cultura. A partir de allí se origina el punto de partida que conduce a la matemática ha ser vista como un hecho cultural y social. Al

ISSN (impreso): 1316-0087 ISSN (digital) 2244-7474
Investigación y Postgrado, Vol. *37*(2), oct., 2019 pp. 25-38

respecto señala Kline (1972) que “las matemáticas han sido una fuerza cultural fundamental en la civilización occidental” (p. 15). Desde allí realiza un examen en el cual muestra como la matemática influyó en la vida y el pensamiento del pasado siglo XX.

Así mismo, hay evidencias remotas de que la progenie de distintas relaciones matemáticas estuvo en la práctica. Por ejemplo, Stewart (2007) señala que entre los años 8000 y 3000 a. c., se hacía uso de fichas en forma de conos, esferas y huevos para representar objetos propios y básicos para la época. Este uso de fichas, fue una práctica que servía para registrar alguna actividad financiera o determinar la legalidad de una propiedad. Tenían la posibilidad de ser ordenadas para conocer la cantidad de algún rubro que se tenían o debían (animales, granos, etc.). Como era fácil su falsificación, quienes las utilizaban, vieron necesario guardarlas en dispositivos de arcilla, con el fin de que nadie ajeno a ellos pudiese tener acceso a la transacción que se llevara a cabo en determinado momento. Esto último se volvió poco práctico, y optaron por construir tales dispositivos marcándolos según la cantidad de fichas que guardaban; pero, a su vez, esto los llevo a darse cuenta que bastaba con utilizar las marcas de los “jarrones”, para manejar cantidades. De manera accidental, entonces, surge un sistema de numeración que desde la experiencia estableció principios aritméticos.

También son evidenciables en la historia regularidades encontradas en la realidad que sugieren cálculos y relaciones matemáticas de trascendencia, en civilizaciones babilónicas y egipcias. Es el caso del Plimptom 332 (1900 a. C.) el cual, como señala Montalvo (2012), contenía 15 relaciones aritméticas que hoy conocemos como *ternas pitagóricas*-las mismas encontraron solidez matemática en el conocido teorema de Pitágoras. Tales relaciones aritméticas, fueron fundamentales en las construcciones egipcias al igual que otras relaciones geométricas y aritméticas (Collete, 1962; Ruiz, 2003).

Por otra parte, señala Dieudonné (1999) que existe una condición innata del ser humano que les conduce a resolver acertijos, adivinanzas o crucigramas, entre otros. Dicha condición humana es la que conduce a los matemáticos a desarrollar teoría matemática. En efecto, fueron los griegos quienes comenzaron a plantearse problemas cuyo origen no pertenecía a la práctica. Los “Elementos” de Euclides y la escuela pitagórica son ejemplos visorios de ello. Esta práctica se extiende hasta la actualidad siendo el grupo Bourbaky una especie de griegos o pitagóricos del siglo XX. Gran parte de la matemática actual, obedece a principios y estructuras bourbaquianas, dando origen, así, al cuerpo teórico de la matemática que la define como disciplina científica.

 ISSN (impreso): 1316-0087 ISSN (digital) 2244-7474
Investigación y Postgrado, Vol. *37*(2), oct., 2019 pp. 25-38

Luego de la descripción dada previamente y sin pretender dar una respuesta categórica a las interrogantes con las cuales se inició este relato introductorio, vale señalar que es la teoría el elemento trascendente que le otorga carácter disciplinar a la matemática, de lo contrario no tendría sentido su existencia.”. Pero, a pesar de que Dieudonné indica que el 90% de la matemática construida es producto de esa y necesidad humana de resolver, esta puede correr el riesgo de convertirse en “letra muerta”, perder relevancia si no existe algún elemento que lo conecte con la sociedad.

Los significados de probabilidad

Entre el concepto matemático acabado y las ideas primarias que se puedan tener de él-de sus orígenes-ha existido un camino en donde la accesibilidad desde estas hacia aquel no siempre es inmediata. Comprender un concepto matemático a cabalidad, puede llevar un tiempo insospechable para muchos; sin embargo, la necesidad de manejar los rudimentos del mismo y las características esenciales que los describen se presenta con regularidad en la práctica. Ejemplo de ello, se encuentra en el uso del cálculo infinitesimal por parte de ingenieros, economistas u otros profesionales de disciplinas tecnológicas y la administración. La utilización de aquel no exige a los otros estudiarlos a profundidad; basta con la aplicación de contenidos fundamentales en un contexto particular de su campo profesional. Es por ello, que los preconceptos, las ideas, relaciones o intuiciones que se puedan tener sobre algún tópico matemático, llegan a representar para este un recurso valioso en su comprensión. En tal sentido, cabe la posibilidad de tener en cuenta la percepción personal de quien busca aprehenderse de aquel; la esencia autárquica (Husserl, 1962) con la cual construye preconceptos basados en la intuición.

En la búsqueda de la comprensión y, consecuentemente, del aprendizaje matemático se muestra un horizonte en donde están presentes elementos intuitivos, de utilidad práctica y teorización. El modelo para la enseñanza de la geometría propuesto por los esposos Van Hiele (citado por Zambrano, 2005) es un ejemplo de ello porque considera esos cuatro elementos de manera progresiva conforme va madurando el estudiante. En esta categoría también están los números triangulares que, a partir de representaciones geométricas pueden deducirse inductivamente de la regularidad que subyace en aquellos de ellas, desembocando así en un ejemplo que permite el inicio del estudio de las sucesiones. Se puede señalar entonces que la intuición y los conceptos individuales-allende los errores que se han de generar-sirven para obtener las visualizaciones necesarias, conducentes a la comprensión de nociones matemáticas que

ISSN (impreso): 1316-0087 ISSN (digital) 2244-7474
Investigación y Postgrado, Vol. *37*(2), oct., 2019 pp. 25-38

derivarán en la construcción teórica disciplinar. Señalan Bouligand y Lionnais (1962) que:

> Al familiarizarse progresivamente con los objetos abstractos que estudia, el geómetra llega a concretar su idea en forma casi similar a los recuerdos de los objetos reales. En las regiones suficientemente exploradas de la matemática, le será dado percibir relaciones de afinidad: equivalencias entre problemas que *a priori* parecen distantes, categorías de objetos alejados entre sí en cuanto a su naturaleza pero que dan origen a un mismo sistema de relaciones (p. 69)

Así, por ejemplo, a partir de relaciones emanadas en el plano y el espacio se definen propiedades en contextos matemáticos que superan la tercera dimensión: largo, ancho y profundidad (ob. cit.).

Ahora bien, la *utilidad práctica* es un aditivo catalizador, que permite trazar el camino hacia una mejor comprensión del objeto matemático. El tener una concreción de utilidad, le da la significancia que aclara y complementa las ideas generadas en el ser autárquico, abriendo el sendero que lleva hacia el carácter teórico de la matemática.

La probabilidad por ser de naturaleza matemática, está permeada de intuición autárquica, utilidad práctica y teorización en lo que a la comprensión de sus conceptos se refiere. Su utilidad práctica se evidencia, por ejemplo, en los juegos de azar, disciplinas deportivas como el fútbol, baloncesto y béisbol o en la predicción del tiempo-ya sea por el uso de las técnicas rigurosas utilizadas para ello (utilidad práctica) o la cercanía que podamos observar en las nubes (intuición y subjetividad). Esto encaja en lo que Godino y Batanero (1998) llaman el conjunto de prácticas socialmente compartidas, relacionadas con problemas matemáticos. Dichos autores también hacen referencia a lo que llaman el significado del objeto matemático (en este caso el concepto de probabilidad) el cual se inserta en lo que se indicó anteriormente, dentro de la teorización y desde allí distinguen entre el *significado institucional* y *el significado personal*, en este caso, del concepto de probabilidad. El primero referido a todas las prácticas consensuadas y compartidas por y dentro de alguna institución (escuela, clase, etc.) y la segunda adosada al alumno. Focalizándose en el significado, Batanero (2005) distingue cinco elementos importantes a ser considerados en la enseñanza del concepto de probabilidad (y en general de conceptos matemáticos) como lo son: el campo de los problemas de donde surge; los elementos lingüísticos (gráficos, símbolos y palabras, entre otros); los procedimientos y algoritmos; las definiciones, propiedades y relaciones; y, los argumentos y las demostraciones.

ISSN (impreso): 1316-0087 ISSN (digital) 2244-7474
Investigación y Postgrado, Vol. *37*(2), oct., 2019 pp. 25-38

Hacking (1975), además, establece dos categorías para indicar el significado de la probabilidad. Una basada en la credibilidad derivada de sucesos que se predicen a partir de la vivencia de quienes los indican, la percepción, intuición (perspectiva epistémica). La otra de carácter científico, que obedece a sucesos cuantificables, predecibles en la experimentación, en la observación objetiva de los hechos (perspectiva estadística). A partir de dicha dualidad se refiere a los cinco significados siguientes: intuitivo, frecuencial, clásico (Laplaciano), subjetivo y matemático o axiomático. A continuación, se hará una descripción de los mismos.

Significado intuitivo

Existen indicios de que la actividad probabilística es una característica innata del ser humano. En efecto, señala Batanero, está presente de manera intuitiva en los niños y personas sin conocimientos formales sobre probabilidad. Además, hay evidencia de que los juegos de azar son actividades comunes en diversas civilizaciones primitivas. Esto encaja perfectamente en lo que Bisop ha categorizado como la actividad protomatemática "jugar". Es por ello que las primeras ideas de probabilidad, aparecen en las apuestas, el concepto de juego equitativo, y la esperanza de ganar. Esto conlleva a que estén presentes elementos vivenciales que dirijan la atención hacia cuál es la posibilidad de ganar.

Lo expuesto en el párrafo anterior indica entonces que la construcción inicial de la probabilidad tiene origen en aspectos vivenciales ya sea de origen individual o colectivo. Desde esta perspectiva es preponderante la intuición. Esta pudiera tener un carácter subjetivo lo cual pudiera confundirse con el *significado subjetivo* de la probabilidad. Sin embargo, este último, como se indicará más adelante, obedece a elementos teóricos. De esta manera la verosimilitud que pueda tener una proposición, parte de ideas prácticas, originadas en las vivencias del ciudadano común. El simple hecho de que alguien indique si lloverá o no, sin haber realizado un estudio riguroso del tiempo, y apoyándose en la experiencia de percibir la proximidad entre las nubes, es una forma de realizar un ejercicio probabilístico intuitivo. Por su puesto, que en este contexto existe la posibilidad de que alguien haya logrado adquirir cierta pericia para realizar cálculos, que se aproximen de alguna forma a lo que se concibe como el significado clásico de la probabilidad.

Significado Clásico o Laplaciano

Como ha sido señalado por Batanero (2005) es Laplace quien en 1814 introduce el cálculo de la probabilidad en términos de razón o fracción. Es lo que hoy en día se

ISSN (impreso): 1316-0087 ISSN (digital) 2244-7474

Investigación y Postgrado, Vol. *37*(2), oct., 2019 pp. 25-38

conoce comúnmente como definición (clásica) de probabilidad. El mismo contempla una totalidad de eventos posibles p y no posibles q. A partir de allí, se busca determinar la probabilidad de ocurrencia de algunos de los eventos, considerando la totalidad de eventos $n = p + q$. Teniendo estos datos la probabilidad buscada sería:

$$P = \frac{p}{n} \text{ o bien } Q = \frac{q}{n}$$

La limitante de este principio es que se deben tener los resultados de la totalidad de eventos ocurridos n y la ocurrencia de cada evento por separado, lo cual depende de cuantas veces ocurra cada uno y esto hace que la probabilidad varíe de una situación a otra. Por ejemplo, no necesariamente se obtendrían los mismos resultados si un dado se lanza 10 veces a 7 veces, para determinar que probabilidad hay de que salga el dos.

El siguiente ejemplo, clarifica lo expuesto: “en una caja hay 3 pelotas amarillas, 2 rojas y 5 azules. ¿Cuál es la probabilidad de que Jesús, al azar, saque una roja, azul o amarilla?”

Tenemos en principio que la totalidad de objetos-o sucesos de sacar una pelota de la caja-es $10\ (10 = 3 + 2 + 5)$. Seguidamente la probabilidad de sacar una pelota amarilla, roja, y azul sería, respectivamente: $0{,}3 = \frac{3}{10}$; $0{,}2 = \frac{2}{10}$ y $0{,}5 = \frac{5}{10}$.

La relevancia de este principio está en el establecimiento de una “regla” para el cálculo de probabilidades, usado frecuentemente sobre todo en términos porcentuales (en el ejemplo sería una probabilidad de 30% de sacar una pelota amarilla, 20% una roja y 50% azul). Pero como ya se explicó, está limitada al número total de sucesos u objetos y eventos parciales. Es el caso del lanzamiento de un dado, si este se lanza 5 veces en una primera instancia obteniendo que 1 vez cae 2, 3 veces cae 6 y 1 vez cae 4 y en una segunda, al lanzar el dado otras 5 veces, cae 2 veces el 6 y 3 el 5; los resultados varían.

Significado frecuencial

En 1928 Von Mises introduce una definición de probabilidad, basándose en los trabajos de Bernoulli, mediante el uso de un límite hacia el cual tiende la frecuencia relativa mientras van aumentando los sucesos (Gómez, Contreras y Batanero; 2015). A partir de allí, se estima la misma y su cercanía con lo que se maneja como la certeza del suceso; es decir, que tan cercana está del valor 1 de probabilidad el cual representa el

ISSN (impreso): 1316-0087 ISSN (digital) 2244-7474
Investigación y Postgrado, Vol. *37*(2), oct., 2019 pp. 25-38

100% de las posibilidades. Como ejemplo está el hecho de que un delantero tenga una probabilidad de 0,99 para convertir en gol, significa que cada vez que dispara hay mucha seguridad de anotar. Muy distinto a otro cuya probabilidad sea de 0,15; no es efectivo. En el primero se puede decir que es muy frecuente que anote, al contrario del segundo.

Significado subjetivo

A diferencia del significado intuitivo, este nutre su accionar en el conocimiento derivado de fundamentos y principios teóricos. En este caso, la probabilidad está condicionada por un conjunto de conocimientos que pueda tener quien la utiliza en un momento de terminado. En este caso influye, incluso, la concepción epistemológica de quien la utiliza. En tal sentido, es posible que desde allí se estimen ciertos hallazgos, que luego pueden transformarse debido a los resultados obtenidos.

De esta manera la probabilidad, no es empírica en esencia, pero al depender de la visión teórica que tenga quien la utilice, obtiene el carácter de subjetividad. Un ejemplo de esto, podría estar en un experimento físico basado en la primera ley de Newton, en donde pudiese estar sostenido un cuerpo de 5000g mediante el equilibrio de fuerzas proporcionadas por algunas cuerdas. Hay muchas probabilidades de no caerse. Pero, existe también la probabilidad de que un viento inesperado de gran rapidez rompa una de las cuerdas y caiga por gravedad.

Significado matemático o axiomático

Allende de los significados de probabilidad señalados anteriormente, al ser esta un campo cuyos elementos son de naturaleza matemática se origina el constructo que le permite darle el acabado final; se consolida como cuerpo de teoría. Es desde esta dimensión en donde surge el significado matemático de la probabilidad en consonancia con la esencia misma que le afianza como ente disciplinario. Para comprender esto, se puede establecer una analogía entre el teorema de Pitágoras y las relaciones aritméticas llamadas *ternas pitagóricas*. Las segundas fueron y son relaciones encontradas en ternas numéricas como, por ejemplo; $3, 4$ y 5 ya que $9 + 16 = 25$ por ser equivalente a $3^2 + 4^2 = 5^2$. Las mismas fueron utilizadas por diferentes civilizaciones del pasado (babilonios y egipcios entre otros) como patrones de medición que sirvieron para realizar cálculos y estimaciones útiles en la construcción y otras actividades de diferente

ISSN (impreso): 1316-0087 ISSN (digital) 2244-7474
Investigación y Postgrado, Vol. *37*(2), oct., 2019 pp. 25-38

índole (comercial o agrícola). Luego en la Grecia antigua, específicamente en la escuela pitagórica, se demuestra de manera rigurosa y coherente que $a^2 + b^2 = c^2$, donde a y b representan la medida de los catetos de un triángulo rectángulo –y por ende dos números-mientras que c la de su hipotenusa-un tercer número. En otras palabras, es determinada la regla que fundamenta como lo que ya era utilizado en la práctica. En esta misma dirección, se encuentran los espacios euclídeos-y consecuentemente, espacios métricos-que provienen de relaciones en el plano y espacio cartesiano; la axiomática que define las diferentes estructuras algebraicas; todo lo referente a los conjuntos numéricos (naturales, enteros, racionales, reales y complejos) y, además, el análisis matemático fuente teórica del cálculo infinitesimal.

En esa fundamentación teórica de la probabilidad, señala Batanero (2005) que Borel y Kolmogorov vienen a ser los principales precursores del desarrollo de la misma durante el siglo pasado. Batanero, además, indica que Kolmogorov parte de los trabajos Borel y aplica la teoría de conjuntos, para desarrollar la axiomática que estructura y define a este campo derivado del azar. Surge de esta forma lo que se conoce como el significado matemático: la teoría probabilística o de la probabilidad.

A través de las ideas anteriores se observa que el concepto matemático, y en particular, el de probabilidad va evolucionando a través de diversos contextos, para finalmente establecer la teoría correspondiente al mismo; esto último es la intensión final que se persigue la enseñanza en matemática. En la siguiente sección, a partir de lo relatado sobre los significados de probabilidad, se dará una aproximación o una noción de lo que puede entenderse como probabilidad.

Definiendo el concepto de probabilidad

Luego de realizar una pequeña síntesis relativa a los cinco principales significados de probabilidad se evidencia la dificultad que existe en lo concerniente a la definición de esta. Se asocia a eventualidades producto de la casualidad, lo fortuito e incluso lo inesperado para establecer estimaciones, predicciones y/o marcar tendencia. Desde este punto de vista, surgen al escenario conceptos de azar, aleatoriedad los cuales, a su vez, presentan dificultades en su definición. De manera que, saltando el posible paralelismo histórico, se está en presencia una situación similar a la de los griegos al desarrollar una estructura teórica (la geometría euclidiana) a partir de conceptos no definidos como punto, recta, plano (conceptos que a la larga recibieron el nombre de *primitivos* por no haberse podido definir).

ISSN (impreso): 1316-0087 ISSN (digital) 2244-7474
Investigación y Postgrado, Vol. *37*(2), oct., 2019 pp. 25-38

Se debe tener en cuenta, que en la matemática a pesar de su aparente perfección teórica ha tenido históricamente baches epistemológicos que han conducido a una nueva reformulación de sus fundamentos. Por ello, la definición de probabilidad no escapa a estos hechos que llevan a replantear la progenie de sus conceptos. En consecuencia, en estas reflexiones se considerará a la probabilidad como la disciplina encargada de estudiar los conceptos matemáticos que permite dar predicciones a partir de tendencias producidas por eventos que le anteceden.

Ideas para la enseñanza del concepto de probabilidad

La entropía sincrética de la matemática, diluida en los señalamientos anteriores, repercuten en su enseñanza y por su puesto en la comprensión. Las realidades concretas de donde surgen, a partir de las regularidades que las explican y las capacidades innatas que traemos para calcular, medir y representar se convierten en la cepa necesaria para abordar las acciones pedagógicas. Es el principio que puede conducir al aprendizaje significativo a partir de la asociación. Así mismo, se genera en el estudiante ese elemento motivacional, debido a que lo reconoce en un entorno conocido por él y le genera curiosidad. Ciertamente, que existe la posibilidad de que surjan en él ideas erróneas, lo cual plantea una interrogante en cuanto al énfasis que se debe hacer en la enseñanza: teoría o aplicación. En esta circunstancia se ha de tener en cuenta hacia dónde van los intereses de los jóvenes. Esto sugiere, centrarse en la subjetividad de la persona y, desde allí, encontrar las categorías comunes que permitan aproximarnos a las la praxis pedagógica más cercana a la realidad. Aquí, se abre un campo de investigación amplio en la Educación Matemática que reta a los diferentes investigadores en este campo, debido a la multiplicidad divergente encontrada. Así se nutriría, de manera amplia, la labor del docente.

Considerando la exposición dada en el párrafo anterior y adosando el andar que en la cotidianidad la probabilidad va forjando, surge la relevancia y trascendencia que ella detenta. Por esta razón, al igual que otros objetos matemáticos (algebraicos, aritméticos o geométricos) adquiere importancia su enseñanza desde los niveles educativos fundamentales. Valdría entonces interrogarse ¿Qué significados de probabilidad son prioritarios en los primeros años de educación? ¿Cómo y cuándo pueden incorporarse los otros? No es el espíritu de estas reflexiones, dar una respuesta determinante y absoluta, empero basados en algunos autores, sí indicar algunas pautas que pueden ser investigadas a profundidad.

ISSN (impreso): 1316-0087 ISSN (digital) 2244-7474

Investigación y Postgrado, Vol. *37*(2), oct., 2019 pp. 25-38

Como todo tipo de aprendizaje a impulsar, es tácito el hecho de tener en cuenta la madurez cognitiva de quien aprende, el entrenamiento que posea para comprender e incorporar información nueva y con ello el grado de desarrollo de las habilidades necesarias para ello (Piaget,1972 y Vigotsky, 1986 entre otros). Así mismo, las diferencias individuales, los intereses (Bruner, 1983) y la significancia (Ausubel; Novak y Hanesian, 1968) de cada persona en relación al objeto a estudiar. Desde esta dirección los significados intuitivo, clásico y frecuencial de la probabilidad emergen como fuente primaria para abordar la labor de enseñanza. Vienen a ser los que, de algún modo, consiguen mayor cercanía con el campo de la experiencia del joven; pero además pueden estar diluidos en actividades que realicen con mucha frecuencia como, por ejemplo, la predicción de un gol por parte de algún jugador en particular (Messi o Cristiano Ronaldo)

Autores como Alsina y Vásquez (2015), Contreras, Gómez y Batanero (2015) y Batanero (2005) lo señalan en estudios realizados que le llevaron a la revisión tanto de libros de texto como en diseños curriculares. Evidencian en primera instancia que en ambos casos se comienza con la intuición, en los primeros años, para luego encontrar y conforme van siendo promovidos de año van apareciendo los otros significados. Así, de forma progresiva se va aumentando la complejidad de las actividades que involucran a cada uno de los significados; sin embargo, la presencia de los cuatro suele ser de manera parcial (Alsina y Vásquez). Esto por su puesto, genera una situación problemática a considerar en la cual se hace necesario indagar sobre las acciones a tomar, para solventar lo que queda incompleto.

Por otro lado, partiendo de que los significados intuitivo, clásico y frecuencial vienen a ser el primer contacto con la probabilidad en la educación primaria; es desde allí donde el docente debe focalizar su labor. En este sentido, debe tener referencia de la madurez cognitiva que manifiestan sus alumnos para que así, a medida que aumenta el grado de aquella, aparezcan elementos de mayor dificultad con lo cual se afianzan, las estructuras mentales tan importantes en el desarrollo de cualquier individuo. A partir de ello, se origina el *pensamiento crítico* tan importante en una sociedad, allende de convertirse en la progenie socio-entrópica que se le devenga al educador.

Por su puesto que en algún momento la dinámica proyectiva va conduciendo a la aparición de los significados subjetivos y axiomáticos, encontrándose con el conflicto cognitivo natural que emana de la dualidad *información exterior-información interior*. Si bien es cierto, que la misma puede estar presente en los primeros niveles de

ISSN (impreso): 1316-0087 ISSN (digital) 2244-7474
Investigación y Postgrado, Vol. *37*(2), oct., 2019 pp. 25-38

educación, el pensamiento formal abstracto se inicia y consolidad con los contenidos correspondientes a la teorización matemática. Esto permite que sean activados procesos mentales que conducen a modificar, ampliar y consolidar las estructuras cognitivas, a través de la construcción e incorporación de la nueva información lo que conduce a cimentar y fortalecer el espacio mental que viene a ser el escenario natural para comprender el concepto de probabilidad y todos aquellos elementos teóricos al rededor de aquel.

En función de lo expuesto, a manera de resumen se presenta el siguiente gráfico en donde es expresado el énfasis que, en los primeros años, debe hacerse en lo concerniente a las aplicaciones, para abordar el proceso de enseñar de probabilidad. En el mismo, se deja claro el camino hacia el aspecto de la teorización que se forja desde la aplicación, la cual es el hábitat de los significados intuitivo, clásico y frecuencial.

Gráfico. Elementos para abordar la enseñanza del concepto de probabilidad

ISSN (impreso): 1316-0087 ISSN (digital) 2244-7474
Investigación y Postgrado, Vol. *37*(2), oct., 2019 pp. 25-38

Referencias

Alsina, A. y Vásquez, C. (2015). *La Enseñanza de la Probabilidad de la Educación Primaria: El currículo versus el libro*. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/332109606

Ausubel, D. P., Novak, J.D. y Hansesian, H. (1968). *Psicología Educativa*. México: Trillas

Batanero, C. (2005). Significados de probabilidad en la escuela secundaria. *Relime*, 8(3), 247-263

Bruner, J. (1983). *Juego Pensamiento y Lenguaje*. Recuperado de:https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/31911001/ARTICULO_CIENTIFICO_3_RELATORIA-with-cover-page-v2.pdf

Bouligan, G, y Lionnais, F. (1962). *Las Grandes Corrientes del Pensamiento Matemático*. Buenos Aires: EUDEBA.

Bisop, A. (1999). *Enculturación Matemática: La Educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona, España: Paidós.

Collete, J. (1962). *Historia de las Matemáticas*. Volumen I y II.

Dieudonné, J. (1999). *Matemáticas vacías y matemáticas significativas*. En Guénard, F. y Leievre, G. (Comp.) Pensar la matemática: 3era edición. Libros para pensar la ciencia (149-172). Barcelona, España. Tusques Editores.

Godino, J. D. y Banatero, C. (1998). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherchesen Didactique des Mathématiques*, 14*(3)*, 325- 355.

Gómez, E., Contreras, J y Batanero, C. (2015). *Significados de la probabilidad en libros de texto para la educación primaria en Andalucía*. Recuperado de: http://rua.ua.es/dspace/handle/10045/51378

Hacking, I. (1975). *The emergency of probability*. USA: Cambridge University Press.

Husserl, E. (1962). *Ideas relativas a una Fenomenología pura y una Filosofía fenomenológica*. México: Fondo de Cultura Económica.

Londoño, D. y Montoya, E. (2010). *Azar, Aleatoriedad y Probabilidad: Significados personales en estudiantes de Educación Media*. Universidad Nacional de Colombia: Medellín.

Montalvo, R. (2012). *Historia de la Trigonometría y su enseñanza*. Trabajo de grado de Licenciado no publicado. Benemérita Autónoma Universidad de Puebla

Ruiz, A. (2003). *Historia y Filosofía de la Matemática*. Recuperado de: http://www.centroedumatematica.com/aruiz/libros

Stewart, I. (2007). *Historia de la Matemática de los últimos 10000 años*. Recuperado de: http: //www.librosmaravillosos.com

Piaget, J. (1972). *El nacimiento de la inteligencia*. Madrid: Aguilar.

Vigotsky, L. (1986). *Thought and Language*.Massachusetts: Institute of Massachusett.

Zambrano, M. (2005). *Los niveles de razonamiento geométrico y la apercepción del método de fases de aprendizaje del Modelo de Van Hiele en estudiantes de Educación Integral de la UNEG*. Recuperado de: http://www.cidar.uneg.edu.ve/DB/bcuneg/EDOCS/TESIS/TESIS_POSTGRADO/MAESTRIAS/EDUCACION/TGMLZ35M652005MoisesZambrano.pdf

ISSN (impreso): 1316-0087 ISSN (digital) 2244-7474

Investigación y Postgrado, Vol. *37*(2), oct., 2019 pp. 25-38