

LA TRANSICIÓN DEL LENGUAJE VERBAL AL ALGEBRAICO EN EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO

Elkin Angarita Corzo¹

ORCID: 0009-0003-9363-6971

Email: elkin.sk11@gmail.com

Institución Educativa de María, Yarumal, Antioquia,
Colombia

Recibido: 09/01/2026

Revisado: 12/02/2026

Aprobado:16/03/2026

RESUMEN

El presente estudio analizó la transición del lenguaje cotidiano al algebraico en la educación básica para superar los retos en el desarrollo del pensamiento lógico y procedimental. El objetivo consistió en evaluar la desarticulación entre el currículo y el desempeño estudiantil mediante una propuesta metodológica activa. La investigación adoptó un enfoque cualitativo de carácter interpretativo, con un diseño de intervención pedagógica. La recolección de datos se efectuó mediante la aplicación de un taller de reflexión y diagnóstico operatorio, estructurado en fases consecutivas, que incluyeron la codificación conectiva individual, la confrontación semántica cooperativa y la plenaria metacognitiva institucional. Los resultados evidenciaron que el fomento del debate entre pares y la conversión orgánica entre registros permitieron transformar el error en un objeto de estudio consciente, eliminando la calificación punitiva. Se concluyó que la implementación de esta estrategia restituyó la racionalidad de la matemática escolar y consolidó el álgebra como una herramienta simplificadora del entorno.

Palabras clave: articulación, didáctica, pensamiento, transformación.

¹ Docente de Matemáticas, Institución Educativa de María, Yarumal, Colombia. Magister en Educación, Fundación Universitaria los Libertadores, Colombia. Especialista en Pedagogía y Docencia, Fundación Universitaria del Área Andina, Colombia. Ingeniero Civil, Universidad Industrial de Santander, Colombia.

THE TRANSITION FROM VERBAL TO ALGEBRAIC LANGUAGE IN
MATHEMATICS LEARNING

ABSTRACT

This study analyzed the transition from everyday language to algebraic language in elementary education to address challenges in the development of logical and procedural thinking. The objective was to assess the disconnect between the curriculum and student performance through an active methodological approach. The research adopted a qualitative, interpretive approach, using a pedagogical intervention design. Data collection was carried out through a reflection and operational diagnosis workshop structured into consecutive phases, including individual connective coding, cooperative semantic confrontation, and institutional metacognitive plenary sessions. The results showed that fostering peer debate and the organic conversion between registers made it possible to transform error into a conscious object of study, thereby eliminating punitive grading. It was concluded that implementing this strategy restored the rationality of school mathematics and consolidated algebra as a tool for simplifying the environment.

Keywords: articulation, didactics, thinking, transformation.

1. Introducción

Uno de los retos significativos en el proceso de enseñanza y aprendizaje para lograr desarrollar el pensamiento lógico en los estudiantes es la adaptación del lenguaje verbal comprendido por cada individuo al lenguaje algebraico que le permita entender, procesar y explicar la realidad y sus fenómenos (Pimm, 2020). En este sentido, es necesario que la pedagogía y la didáctica se articulen para desarrollar en los alumnos la capacidad de transformar las palabras comunes en símbolos matemáticos precisos, rigurosos y universales que permitan describir y analizar todo tipo de situación problema con una estructura real, tal como lo destaca Kaput (2008). De este modo, la estructuración inicial sienta las bases conceptuales para comprender la magnitud de la transición semántica en el ámbito educativo actual.

Sin embargo, el proceso no se centra en un cambio efímero de símbolos, sino en un acto de transformación y abstracción profunda, en donde el trasegar de la educación básica y media permite consolidar un recorrido conceptual ya elaborado (Carragher et al., 2008). Es en el ciclo de los grados octavo y noveno donde se fundamentan y aplican, entre otros conceptos formales, las expresiones algebraicas con sus operaciones y sus reglas, las cuales permiten el desarrollo progresivo de esta habilidad analítica. En consecuencia, la consolidación de estos saberes previos resulta indispensable para afrontar con éxito las exigencias matemáticas posteriores en la formación escolar.

Es así como al ingresar al grado noveno, se evidencia cómo el conocimiento y su aplicación en el saber hacer han evolucionado de tal manera que los estudiantes ya no se encuentran en contra de las reglas de la matemática, sino que utilizan ese conocimiento para modelar problemas y fenómenos complejos (Stacey et al., 2004). Bajo esta premisa, la lectura de un problema expresado en palabras se transforma en una fase donde el alumno cuenta con la habilidad de extraer el esquema matemático del texto, identificando variables, datos conocidos, desconocidos e irrelevantes para la solución del problema, estableciendo las relaciones de dependencia o igualdad proporcionadas por el enunciado (Singer y Voica, 2013). Por consiguiente, el dominio de esta competencia instrumental determina el éxito en la resolución de situaciones problemáticas avanzadas.

En cuanto a la realidad que se desarrolla en las aulas de clase en el contexto latinoamericano en general y en Colombia en particular, se visualiza una desarticulación entre la teoría y la práctica en cuanto al desarrollo de las competencias en los alumnos y su aplicación (Fandiño Pinilla y D'Amore, 2023). Pues el proceso de transformación del lenguaje cotidiano al algebraico se realiza por medio de la memorización de conceptos donde los estudiantes asocian frases textuales específicas con operaciones mecánicas (Ledezma et al., 2022). Este desarrollo se traduce en que toda modificación o alteración de un enunciado, ya sea un simple cambio en el orden de las palabras o el uso de un sinónimo contextual, desestabiliza por completo el intento de resolución (Panizza, 2022). No obstante, cabe destacar que no existe una comprensión profunda de las relaciones

lógicas, sino un esfuerzo por evidenciar una réplica memorística sumamente frágil ante la novedad conceptual (Quiroz Rivera y Rodríguez Gallegos, 2015).

A esta compleja dinámica se le suma la capacidad básica que evidencian los estudiantes al momento de aplicar conceptos a un contexto determinado y asignar las correspondientes variables a un proceso o problema específico (Molina y Ambrose, 2006). Esto se hace notorio cuando los alumnos no muestran la flexibilidad necesaria para el desarrollo del álgebra, lo que genera confusiones contextuales en el uso de las letras y su operacionalización dentro de las estructuras formales (Ursini y Trigueros, 2006). Por añadidura, tales limitaciones cognitivas obstaculizan la transición armónica hacia formas de pensamiento abstracto más elevadas y necesarias para el nivel académico correspondiente.

De esta manera, la práctica diaria y común permite visibilizar una desarticulación constante entre la interpretación de los fenómenos y problemas observados y el planteamiento riguroso de su resolución (Fernández-Plaza et al., 2016). Esto lleva a que los estudiantes confundan regularmente conceptos fundamentales al asociar cantidad con el contexto y su operacionalización directa dentro del modelo (Prediger, 2024). Este conjunto de falencias inhibe el proceso pedagógico que se esperaba obtener, convirtiendo el tránsito por el álgebra en una experiencia fragmentada y carente de significado real para el educando (Socas Robayna, 1997). Por esta razón, el diagnóstico de estas deficiencias justifica la intervención pedagógica en el entorno escolar.

A partir de lo antes descrito, esta investigación se fundamenta en la necesidad de diseñar, planear y transformar las prácticas de enseñanza de la matemática y su aplicación (Díaz Godino, 2024), para convertirse en un esfuerzo reflexivo y propositivo que permita activar la actitud y motivación en los alumnos (Hannula et al., 2004). Por consiguiente, su propósito se centra principalmente en el análisis de los procesos cognitivos, lingüísticos, pedagógicos y didácticos de este fenómeno para así sugerir alternativas pedagógicas que permitan transformar el aula de matemáticas en pro del desarrollo de estas habilidades en los estudiantes.

2. Desarrollo temático

2.1 Proposición

La transición de la aritmética al álgebra en el contexto escolar colombiano suele desencadenar profundos obstáculos epistemológicos y cognitivos, pues el estudiante se enfrenta a una ruptura ontológica en la que las reglas de operación numérica ya no son suficientes para comprender la generalización simbólica (Radford, 2021). Asimismo, aunque las orientaciones curriculares oficiales en Colombia estipulan que para el final del ciclo básico el estudiante debe ser capaz de utilizar expresiones algebraicas, funciones y ecuaciones para modelar y resolver situaciones de cambio y variación en contextos reales (Obando et al., 2006), se evidencia en las evaluaciones tanto internas como externas que los estudiantes sufren confusiones severas al momento de cambiar el formato netamente numérico en las problemáticas o aplicaciones planteadas.

Al indagar la razón por la que se presentan estas dificultades al modelar y aplicar ecuaciones, es evidente la deficiencia curricular y didáctica implementada en el grado octavo, pues es en este ciclo donde se enseña y se aprende el lenguaje algebraico y su aplicación (Fandiño Pinilla y D'Amore, 2023). El desarrollo cognitivo en dicho grado suele centrarse en la factorización, la simplificación de monomios y la operacionalización de polinomios de manera abstracta, sin determinar cuál es su utilidad y desconectado de cualquier necesidad real de cuantificar el entorno (Quiroz Rivera y Rodríguez Gallegos, 2015).

Esta debilidad promueve que, al llegar a noveno grado, los alumnos tengan limitadas las bases cognitivas necesarias para manipular variables, enfrentándose al contenido actual con un vacío conceptual evidente que impide avanzar hacia temáticas complejas (Socas Robayna, 1997). Teniendo en cuenta esto, se hace notable la ausencia de lo que Vergnaud (1991, p. 45) denomina "madurez operativa", una condición cognitiva donde el individuo asimila el sentido de la operación antes de ejecutar el símbolo.

2.2 Argumentos base para discutir

2.2.1 Dimensión de la comprensión lectora literal vs la inferencial

Otro factor determinante en la problemática académica evidenciada se fundamenta en las deficiencias de comprensión lectora que presentan los estudiantes en la educación básica y media, sobre todo en la dificultad que manifiestan los alumnos para cambiar o transformar el nivel de lectura literal al inferencial (Prediger, 2024).

Este estancamiento en observar y tratar las palabras como unidades aisladas dificulta que el estudiante logre analizar, comprender y predecir la intención general del problema, pues no relaciona los procesos cuantitativos con su respectiva variación evidenciada en el texto (Fernández-Plaza et al., 2016), tal como lo argumenta Duval (2017) en su teoría, donde describe que los registros de representación semántico y su cambio a un sistema simbólico exigen una rigurosa actividad cognitiva de conversión.

2.2.2 Desconexión de la Aritmética

Como último apartado argumentativo, se visualiza una desconexión entre el dominio algorítmico de las operaciones básicas y su aplicación en un contexto determinado, como resultado de un proceso de enseñanza-aprendizaje centrado en la mecanización de procesos y procedimientos durante la educación básica y media (Carragher et al., 2008). En este sentido, los estudiantes demuestran una destreza técnica básica cuando la explicación del docente es explícita, directa, sencilla y predecible, pero si se abandona esta sistematización o se cambia el entorno, pierden la capacidad de desarrollo pedagógico (Brousseau, 1994).

Debido a esto, la mecanización de resoluciones y del análisis de contextos se hace más evidente cuando el procedimiento matemático se solapa con un estímulo verbal cotidiano, impidiendo que los estudiantes reconozcan y articulen la ejecución operacional cuando se describe o modifica una situación particular (Fernández-Plaza et al., 2016).

2.3 Propuesta

En este apartado, se propone el diseño e implementación de un taller de reflexión y diagnóstico operatorio en grado noveno en donde los estudiantes tengan que exponer las estrategias cognitivas reales al intentar traducir enunciados verbales.

En la fase de decodificación, que se realiza de forma individual, se pretende validar la dependencia que tienen los alumnos de un proceso de memorización y mecanización para la resolución de problemas (Ledezma et al., 2022). Esto se contrasta específicamente con la teoría cuando, como lo indica Panizza (2022), los estudiantes se enfrentan a problemas tradicionales en donde sus variables se encuentran organizadas en el orden habitual (sujeto + verbo de incremento + cantidad) y un alto porcentaje logra organizar expresiones algebraicas básicas; sin embargo, también es común evidenciar falencias pedagógicas cuando se incluyen variaciones mínimas dentro del texto.

Este cambio deriva en un retroceso cognitivo en donde el alumno se considera incapaz de formular una ecuación con sentido, por lo que opta por extraer los números aislados del texto y combinarlos mediante operaciones básicas con la única meta de generar un resultado numérico rápido, validando la tesis de Socas Robayna (1997) sobre cómo los vacíos estructurales acumulados determinan que el estudiante despoje la matemática de su racionalidad fundamental.

2.3.1 Análisis teórico y práctico

Como resultado de implementar el taller a los estudiantes de grado noveno, se puede validar como consecuencia directa la falta de modelación autónoma respecto al cambio metodológico y didáctico de una situación problema específica, como lo describe Brousseau (2020) cuando lo define como un obstáculo didáctico provocado por un modelo de enseñanza basado en el automatismo y el contrato de aula restrictivo. Los alumnos han sido entrenados para responder con éxito a directrices explícitas ("divida", "factorice"), pero el saber matemático queda confinado en un esquema estéril de instrucciones rígidas que anula cualquier flexibilidad cognitiva (Tall, 1991).

Por consiguiente, la transición de la fase individual al trabajo cooperativo conocido como Confrontación Semántica permite visualizar un potencial en el cambio metodológico y didáctico en el aula, fundamentado en la aplicación de metodologías activas para superar el automatismo.

Para lograr esto, uno de los retos más significativos a los cuales se enfrentan los estudiantes es proponer y argumentar ante sus pares la manera en que modelan y organizan la información cotidiana para transformarla en un lenguaje científico y algebraico, permitiendo así el desarrollo de un pensamiento crítico y complejo (Sfard, 2008). Esta misma argumentación permite que cada individuo se cuestione sobre sus propias interpretaciones y propuestas, permitiendo valorar si sus razonamientos son adecuados o no frente a la problemática planteada, experimentando un auténtico conflicto cognitivo (Hitt y Morasse, 2009). Este

ejercicio de confrontación social demuestra que el error, lejos de ser una falta que deba penalizarse con una nota punitiva, constituye el objeto de estudio consciente y el andamiaje pedagógico ideal para que el alumno reconstruya sus procesos de abstracción (Vergnaud, 2021).

La última fase, conocida como fase institucional, coloca en suficiente evidencia el rol indispensable del docente como mediador del proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que el docente diseña, organiza, acompaña y ejecuta todo el proceso de desarrollo y aplicación de competencias en los estudiantes, permitiendo reconstruir un saber con sentido real para el alumno (Duval, 2017). Este análisis demuestra que para superar la desarticulación pedagógica en noveno grado es indispensable que el aula transforme su práctica procedimental descontextualizada y priorice el pensamiento algebraico elemental (Kieran, 1992).

Para fortalecer el proceso pedagógico y transformar la práctica educativa en grado noveno, superando la repetición algorítmica sin sentido, la didáctica de las matemáticas debe reconfigurar la manera en que se introduce el álgebra escolar (Chevallard, 1997). No es suficiente pedir a los estudiantes mayor atención o desarrollar una cantidad significativa de ejercicios de lápiz y papel; es necesario diseñar situaciones didácticas que obliguen al alumno a transitar de manera consciente, guiada y bidireccional entre el registro verbal cotidiano y el registro simbólico abstracto (Duval, 2021).

3. Conclusiones

El análisis desarrollado a lo largo de este documento permite arribar a varias conclusiones con implicaciones tanto para la didáctica educativa como para la práctica pedagógica en la enseñanza de las matemáticas en Colombia. Se evidencia de forma contundente que la ejercitación mecánica y descontextualizada de algoritmos y factorizaciones en octavo grado genera un falso dominio cognitivo en los educandos. Esta situación refleja que la réplica memorística y superficial resulta completamente insignificante cuando el alumno es expuesto a la novedad conceptual o a mínimas alteraciones de un problema verbal, desarticulando así el andamiaje necesario para encarar con éxito los retos de la educación media.

Se demuestra también que las dificultades de modelación matemática no son exclusivas del área numérica, sino que surgen primordialmente a partir de deficiencias críticas en la comprensión lectora. Al quedarse estancados en el nivel de lectura literal, los estudiantes se ven imposibilitados para desentrañar las complejas relaciones cuantitativas implícitas en los textos cotidianos. La superación de este bloqueo cognitivo exige que la interpretación sea abordada de manera transversal en el aula, permitiendo la conversión orgánica entre el idioma materno y la lógica rigurosa del álgebra formal.

En consecuencia, la experiencia pedagógica confirma que la enseñanza algorítmica tradicional promueve una destreza técnica aparente que colapsa cuando el estudiante debe modelar lingüísticamente su entorno vital. Esto confirma que la memorización de reglas algebraicas en el ciclo básico carece de función

reguladora si se encuentra aislada de la verdadera semántica. Por tanto, para superar esta fractura entre el cálculo y la abstracción, el docente debe asumir un rol de mediador epistemológico que priorice el significado sobre la repetición estéril.

Para concluir, vale destacar que el taller reflexivo cualitativo y las fases de confrontación cooperativa constituyen el camino metodológico idóneo para devolverle la racionalidad a las producciones escritas del alumno. Al transformar el error estructural en un objeto de estudio consciente y despojar al espacio escolar de la calificación punitiva, se rompe la frustración sistemática, se erradica la actitud pasiva y se restituye la esencia del álgebra escolar como un instrumento ordenador frente a la complejidad del entorno.

4. Referencias

- Brousseau, G. (1994). *Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas*. Universidad de Burdeos I. <https://biblioteca.umem.mx/books/Guy%20Brousseau/Fundamentos%20y%20metodos%20de%20la%20didactica%20de%20las%20matema...>
- Carraher, D. W., Schliemann, A. D., & Schwartz, J. L. (2008). Early algebra is not the same as algebra early. In J. J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 235–272). Lawrence Erlbaum Associates. <https://www.taylorfrancis.com/chapters/edit/10.4324/9781315097435-12/early-algebra-same-algebra-early-david-carraher-anal%C3%93cia-schliemann-judah-schwartz>
- Chevallard, Y. (1997). *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*. AIQUE Grupo Editor. https://psi.uba.ar/academica/carrerasdegrado/profesorado/sitios_catedras/902_didactica_general/material/biblioteca_digital/chevallard....
- Díaz Godino, J. (2024). *Enfoque ontosemiótico en educación matemática: Fundamentos, herramientas y aplicaciones*. https://blog.ciaem-redumate.org/wp-content/uploads/2024/08/jdgodino2024_enfoque-ontosemiotico.pdf
- Duval, R. (2017). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (M. B. Vega Restrepo, Trad.). Universidad del Valle. <https://doi.org/10.25100/peu.7655261>
- Fandiño Pinilla, M. I., y D'Amore, B. (2023). Reflexiones histórico-críticas y didácticas sobre la idea de ángulo. *Paradigma*, 44(2), 297–315. http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_serial&pid=1011-2251&lng=es&nrm=iso
- Fernández-Plaza, J. A., Castro-Rodríguez, E., Estrella, M., Martín-Fernández, E., Rico, L., Ruiz-Hidalgo, J. F., & Vílchez-Marín, M. (2016). Significado y concepciones de conceptos matemáticos escolares [Documento de conferencia]. Universidad de Granada.

- Fuentes, S., Anglada, L., y Cañadas, M. C. (2024). Evidencias de pensamiento funcional en alumnos de 3 años: trabajo con una máquina de funciones. En M. Sánchez Aguilar, M. del S. García González, & A. Castañeda (Eds.), *Perspectivas actuales de la Educación Matemática* (pp. 163-171). Editorial SOMIDEM. <https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2024/01-16>
- Hannula, M. S., Evans, J., Philippou, G., & Zan, R. (2004). Affect in mathematics education—Exploring theoretical frameworks: Research Forum. *ResearchGate*. https://www.researchgate.net/publication/234761158_Affect_in_Mathematics_Education--Exploring_Theoretical_Frameworks_Research_Forum
- Hitt, F., y Morasse, C. (2009). Pensamiento numérico-algebraico avanzado: construyendo el concepto de covariación como preludio al concepto de función. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7(17), Article 1350. <https://doi.org/10.25115/ejrep.v7i17.1350>
- Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5–17). Lawrence Erlbaum Associates. <https://www.taylorfrancis.com/chapters/edit/10.4324/9781315097435-2/1-algebra-algebraic-reasoning-james-kaput>
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). Macmillan Publishing Company. <https://scirp.org/reference/referencespapers?referenceid=140517>
- Ledezma, C., Font, V., Sala-Sebastià, G., y Breda, A. (2022, septiembre). Principios de la modelización matemática desde la perspectiva de la idoneidad didáctica [Documento de conferencia]. En TF Blanco, C. Núñez-García, MC Cañadas, & JA González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pág. 345-354). SEIEM. https://www.researchgate.net/publication/363173536_Principios_de_la_modelizacion_matematica_desde_la_perspectiva_de_la_idoneidad_didactica

- Molina, M., & Ambrose, R. (2006). Fostering relational thinking while negotiating the meaning of the equal sign. *Teaching Children Mathematics*, 13(2), 111–117. <https://doi.org/10.5951/tcm.13.2.0111>
- Obando, G., Gallo Mesa, O. F., Gutiérrez Mesa, J. M., et al. (2006). *Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico*. Secretaría de Educación Para La Cultura De Antioquia. https://www.researchgate.net/publication/322677601_Pensamiento_Variacional_y_Razonamiento_Algebraico
- Panizza, M. (2022). *Razonar y conocer: Aportes a la comprensión de la racionalidad matemática de los alumnos*. Libros del Zorzal. <https://amazon.es/Razonar-Conocer-comprensión-racionalidad-matemática/dp/8419123501>
- Pimm, D. (2020). *Speaking mathematically: Communication in mathematics classrooms*. 2nd Ed. Routledge. https://api.pageplace.de/preview/DT0400.9781315278841_A35719250/preview-9781315278841_A35719250.pdf
- Prediger, S. (2024). Specifying mathematical language demands: Theoretical framework of the language specification grid. En *Proceedings of the 14th International Congress on Mathematical Education*. https://doi.org/10.1142/9789811287183_0034
- Quiroz Rivera, S., y Rodríguez Gallegos, R. (2015). Análisis de praxeologías de modelación matemática en libros de texto de educación primaria. *Dialnet*. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5988858>
- Radford, L. (2021). La enseñanza-aprendizaje del álgebra en la Teoría de la Objetivación. En V. Moretti & L. Radford (Eds.), *Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural* (pp. 171-195). Livraria da Física. <https://luisradford.ca/pub/2021%20Radford%20-%20O%20ensino-aprendizagem%20da%20algebra%20na%20teoria%20da%20...>
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.

https://anggtwu.net/tmp/sfard__thinking_as_communicating_human_development_the_growth_of_discourses_and_mathematizing.pdf

Singer, F. M., & Voica, C. (2013). A problem-solving conceptual framework and its implications in designing problem-posing tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 9–26. <https://jstor.org/stable/23434193>

Socas Robayna, M. M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. En Universidad de La Laguna. <https://laurabrichetti.wordpress.com/wp-content/uploads/2010/12/socas-robayna-dificultades-errores-y-obstaculos-en-el-azaj...>

Stacey, K., Chick, H., & Kendal, M. (Eds.). (2004). *The future of the teaching and learning of algebra: The 12th ICMI study*. Springer. https://anggtwu.net/tmp/stacey_chick__the_future_of_the_teaching_and_learning_of_algebra.pdf

Tall, D. (Ed.). (1991). *Advanced mathematical thinking*. Kluwer Academic Publishers. https://anggtwu.net/tmp/tall__advanced_mathematical_thinking.pdf

Ursini, S., y Trigueros, M. (2006). ¿Mejora la comprensión del concepto de variable cuando los estudiantes cursan matemáticas avanzadas? *Educación Matemática*, 18(3), 5–38. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40518302>

Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad: Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. Trillas Editorial. <http://buenosaires.gob.ar/areas/educacion/cepa/vergnaud.pdf>