



# CONSTRUCTO TEÓRICO-DIDÁCTICO BASADO EN EL GEOGEBRA PARA EL APRENDIZAJE DE LA CÓNICA CIRCUNFERENCIA COMO LUGAR GEOMÉTRICO EN LA EDUCACIÓN MEDIA

 **Rafael Segundo Gutiérrez Cera<sup>1</sup>**

[rsgutierrezc@gmail.com](mailto:rsgutierrezc@gmail.com)

Universidad del Magdalena  
Colombia

## RESUMEN

La investigación tuvo como objetivo generar un constructo teórico-didáctico, basado en el Geogebra, para el aprendizaje de la cónica-circunferencia como lugar geométrico, para los estudiantes de grado décimo de la I.E.D El Carmen del municipio de Ciénaga, Magdalena (Colombia). La investigación con un enfoque cuantitativo, es descriptiva, positivista, de campo, aplicada y comparativa, con un diseño pre-experimental, con dos grupos intactos, uno de control y otro experimental, con pruebas pretest y postest. La población fue de sesenta (60) estudiantes; la muestra también, obtenida por censo poblacional. Se aplicó una prueba de conocimiento con veinte (20) ítems, validada por cinco (5) expertos. La confiabilidad obtenida KR-20 fue 0,831 que corresponde a alta confiabilidad. Para el análisis de datos se usó la estadística descriptiva e inferencial. Los resultados demostraron que los estudiantes del grupo experimental alcanzaron un mayor nivel de aprendizaje con el uso del Geogebra.

**Palabras clave:** constructo; geogebra; aprendizaje; circunferencia; lugar geométrico

## THEORETICAL-DIDACTIC CONSTRUCT BASED ON GEOGEBRA FOR LEARNING THE CONIC CIRCUMFERENCE AS A GEOMETRIC LOCUS IN SECONDARY EDUCATION

### ABSTRACT

The objective of the research was to generate a theoretical-didactic construct based on Geogebra for learning the conic-circumference as a geometric locus in tenth grade students of the I.E.D El Carmen in the municipality of Ciénaga, Magdalena (Colombia). The research had a quantitative approach, it is descriptive, positivist, field, applied and comparative, with a pre- experimental design with two intact groups, one control and another experimental with pretest and posttest. The population was 60 students; The sample was 60 students obtained by population census. A knowledge test with 20 items was applied, validated by 5 experts. The reliability obtained KR-20 was 0.831, which corresponds to high reliability. Descriptive and inferential statistics were used for data analysis. The results showed that the students in the experimental group reached a higher level of learning with the use of Geogebra.

**Key words:** construct; geogebra; learning; circumference; geometric place.

---

<sup>1</sup>Doctor en Ciencias, mención Gerencia (URBE, Venezuela). Magister en Didáctica de las Matemáticas por la Universidad del Atlántico (UA). Magister en Ciencias Químicas (Universidad Nacional de Colombia (UNAL)). Especialista en Administración de la Informática Educativa (Universidad de Santander (UES, Colombia)). Licenciado en Educación Matemática y Licenciado en Ciencias Naturales y Educación Ambiental por la IES-Infotep "HVG" (Colombia). **Orcid:** <https://orcid.org/0009-0000-4443-5813>. **Universidad de adscripción:** Universidad del Magdalena (Colombia).

---

## Introducción

El siglo XXI, enmarcado en el proceso de globalización, lleva a los países en vías de desarrollo a una realidad social vertiginosamente cambiante. Ante los cambios significativos que vive la sociedad moderna, se destaca el avance de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) y los recursos tecnológicos, los cuales han revolucionado muchos escenarios de la vida del hombre y uno de ellos es la educación.

En efecto, la UNESCO (2017), señala “la preocupación sobre el bajo nivel de competencias alcanzado por los niños y adolescentes, revelando que 6 de cada 10 estudiantes no alcanzan los mínimos niveles de competencias en matemática, apuntando una gran crisis de aprendizaje”. Esta situación obliga a las instituciones educativas a un replanteamiento, no solo en la actualización de sus currículos, sino también en sus ambientes de aprendizajes con la renovación y uso de herramientas tecnológicas o de recursos innovadores que mejoren la acción de la praxis educativa de los docentes con el fin de potenciar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Unido a esto, otros autores (Ayala Huillca, 2021; Florio, 2022; Brito Mancero, 2022; Lucas Ávila y Aray Andrade, 2023), en sus investigaciones han demostrado las dificultades que existen en la enseñanza de las matemáticas. Ante esta realidad, resulta absolutamente imprescindible tomar medidas que contribuyan a evitar que el resultado de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas continúen deteriorándose, ya que estas juegan un papel fundamental en el desarrollo de la ciencia y la tecnología de un país.

Con este escenario, la articulación de las TIC y el uso de software matemático abren posibilidades didácticas que abordan nuevos enfoques metodológicos y conllevan a un replanteo en la praxis educativa, intenciones que van alineadas a las metas propuestas por organismos internacionales como la CEPAL (2020) y la UNESCO (2021/ 2020). Al respecto, el Geogebra es un software matemático libre y gratuito, muy amigable, que ofrece para el objeto matemático una vista gráfica, numérica y algebraica. Permite la construcción de figuras geométricas como las cónicas, visualizando la parte numérica mediante una hoja de cálculo, mostrando la representación en el plano y sus ecuaciones favoreciendo su proceso de aprendizaje. En tal sentido, Lucas Ávila y Aray Andrade (2023), señalan que:

El Geogebra en la práctica docente logra en los estudiantes una mayor comprensión de los aspectos analíticos y gráficos de los problemas matemáticos. Además, aumenta notablemente la motivación, el compromiso y el interés por la asignatura; por consiguiente, el desarrollo del aprendizaje autónomo. En conclusión, Geogebra desempeña un rol transcendental en el proceso aprendizaje de las matemáticas.

Es decir, muchas investigaciones realizadas en el presente siglo en el campo de la educación señalan que la principal innovación en la última década, para el sector educativo, ha sido la incorporación de las TIC y los recursos digitales o herramientas tecnológicas como el Geogebra en el aula, considerado como un elemento mediador en la praxis educativa que facilita el aprendizaje y motiva a los estudiantes para estudiar matemáticas.

En el mismo orden de ideas, se pueden citar algunos estudios recientes (Herrera Herrera, 2018; Deleón Villa, 2018; Rodríguez Loayza, 2018; Di Blasi Regner, 2019; Ayala Huillca, 2021; Brito Mancero, 2022), cuyos resultados han mostrado que el uso de recursos tecnológicos como el Geogebra en el aula de clase, en el área de matemática, aporta relevancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje. El empleo de esta herramienta didáctica permite la adaptación de ambientes de aprendizaje escolares en los que los estudiantes pueden producir conocimientos matemáticos de una forma alternativa y concreta. Al respecto, Soledispa Castro y García Murillo (2022), plantean que:

La incorporación del software Geogebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, brinda un gran aporte, ya que potencia las habilidades críticas y analíticas de los estudiantes para solucionar problemas y ejercicios, además, brinda una visión más amplia de los temas de clases, lo que contribuye favorablemente al aprendizaje de una forma interactiva, dinámica y sencilla. A todo esto, se suma que es un software de acceso libre y gratuito, lo que facilita su uso y aplicación.

Es evidente que el GeoGebra es una herramienta tecnológica, interactiva y especializada. Articula un interfaz gráfico con una vista simbólica, algebraica y una hoja de cálculo. Se presenta como un importante software matemático de mucho valor didáctico para la Enseñanza-Aprendizaje de la matemática, en especial, de las figuras geométricas, por facilitar procesos de visualización, análisis, ordenamiento, razonamiento, resolución y planteamiento de problemas y también, porque les permite a los estudiantes estimular y desarrollar su creatividad sobre la construcción del conocimiento matemático escolar.

### **Planteamiento del problema**

En la actualidad, el mundo se encuentra inmerso en el marco de una pospandemia por el Covid-19, que condujo a un aislamiento obligatorio total, obligándolos a cambiar el horizonte educativo al pasar de la modalidad presencial en las escuelas a la virtual o remota. Esta situación ha puesto de manifiesto la debilidad y la gran brecha digital existentes en el sector educativo colombiano con el uso de las tecnologías de información y comunicación (TIC), en las aulas y fuera de ellas, cobrando de esta manera una gran importancia su uso en los procesos educativos escolares.

En tal sentido, se pudo apreciar que cuando se enseña la geometría analítica a estudiantes de décimo grado de la I.E.D. El Carmen, específicamente, en el tema de la circunferencia como lugar geométrico, no se plantea de manera adecuada, no hay una visualización clara y concreta del objeto matemático, lo que impide el aprendizaje de reconocimiento o familiarización, de análisis, de ordenación o clasificación, asociados al objeto geométrico en estudio. Aunado a esto, Florio (2022) evidenció que las cónicas eran enseñadas a los estudiantes como un lugar geométrico, olvidando su relación con las cónicas como secciones de un cono, por lo que con la integración del Geogebra se puede desarrollar simulaciones dinámicas que permitan la conexión de un modelo visible con los registros geométricos y algebraicos lo que permite su comprensión.

Con base en lo expuesto, el uso de las TIC y los recursos digitales que permiten realizar mediaciones tecnológicas están adquiriendo una importancia cada vez mayor en los procesos escolares, que conlleva al sector educativo a replantear no solo sus currículos en las diferentes áreas

obligatorias, sino a la renovación permanente de sus procesos de enseñanza-aprendizaje, reclamando la configuración de espacios innovadores, ambientes de aprendizajes y nuevas formas de desarrollar las praxis educativas dentro del aula y fuera de ellas, que sea diferente a la forma tradicional de pizarras, papel y lápiz.

Esta investigación tiene como propósito estudiar la problemática planteada y su impacto en la I.E.D. El Carmen, ubicada en el municipio de Ciénaga (Magdalena, Colombia). Esta situación pospandémica ha agudizado la necesidad de usar las TIC y los recursos tecnológicos, lo que resulta inminente y necesario en beneficio de los procesos de enseñanza-aprendizaje para desarrollar en los estudiantes su capacidad de razonamiento y argumentación, sobre todo en áreas del conocimiento tan importantes como lo matemática, la cual en los últimos años viene presentando muy bajos resultados académicos, como se muestra en el marco de referencia nacional ICES (2019) y el marco de referencia internacional de las pruebas PISA (OCDE, 2018).

Así mismo, con este estudio se busca mostrar la importancia de fortalecer el pensamiento geométrico y espacial en los estudiantes de la Educación Media, conocimiento matemático para la vida, al adquirir y apropiarse de ese saber que da:

La geometría por su mismo carácter de herramienta para interpretar, entender y apreciar un mundo que es puramente geométrico, constituye una importante fuente de modelación y un ámbito por excelencia para desarrollar el pensamiento espacial y procesos de nivel superior y, en particular, formas diversas de argumentación. (Ministerio de Educación Nacional, 1998).

Después de las consideraciones anteriores, surgen una serie de inquietudes que sirvieron como punto de partida para la presente investigación, cuyo objetivo es, generar un constructo teórico-didáctico basado en Geogebra para el aprendizaje de la cónica-circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “El Carmen” del municipio de Ciénaga, Magdalena, Colombia. Se busca que la herramienta tecnológica a implementar permita nueva y fácil forma de aprender el concepto, los elementos y la construcción de la circunferencia como lugar geométrico, por las bondades del software, que involucra un entorno de aprendizaje amigable porque ofrece la oportunidad de trabajar en una vista gráfica, una vista algebraica y una hoja de cálculo. Todo esto facilita a los alumnos centrarse en los procesos de razonamiento propio de las matemáticas y, en muchos casos, puede poner a su alcance problemáticas antes reservadas a otros niveles más avanzados de la escolaridad (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

## Constructo teórico

Un constructo es el resultado de organizar descriptivamente un conjunto de conceptos, datos y experiencias basadas en observaciones o fenómeno determinado. Para Arias (2017), un constructo teórico es un entramado estructurado en aspectos prácticos, experimentales, contextuales y conceptuales que permiten darle un direccionamiento racional a los descubrimientos en una investigación de forma que se fundamente en los objetivos específicos de la investigación. Sobre el constructo teórico, el mismo autor, en un sentido más amplio, señala que:

---

En principio, un constructo es un concepto, idea o representación mental de un hecho o de un objeto de la realidad”. Así mismo, el término constructo puede ser entendido en dos direcciones: como concepto integrante de una teoría o como una teoría.

En la misma perspectiva, Urzola (2021, p. 27) así lo define: “un constructo es una construcción teórica que se desarrolla para resolver un cierto problema científico”. Es decir, se requiere de la elaboración de estos constructos en la adquisición de nuevos conocimientos sobre una temática o fenómeno estudiado.

## Geogebra

A través de una revisión sistemática de la literatura en bases de datos, se exploró el impacto del uso del Geogebra en el aprendizaje de las matemáticas. Por ejemplo, Morales Figueroa y Panamá Criollo (2019, p. 131), señalan que “es un entorno sencillo, amigable y potente con el que se realiza fácilmente construcciones geométricas y analíticas”.

Así mismo, Arteaga Valdés et al., (2019, p. 105) sostienen que este “es un software matemático para ayudar a la educación interactiva que reúne dinámicamente Geometría, Álgebra y Cálculo, es un procesador geométrico y un procesador algebraico, es decir, un compendio de matemática con software interactivo”. Es decir, es un procesador matemático interactivo que contiene geometría, álgebra y cálculo y permite abordar temáticas a través de la experimentación y la manipulación, porque se puede insertar ecuaciones o coordenadas y también manejar variables relacionadas con números, puntos y vectores. Mientras que Coloma et al., (2020), señalan que:

Al elegir un software como herramienta de apoyo a la enseñanza se debe considerar la característica de este, se requiere que el software utilizado sea accesible, libre y de fácil manipulación, que cuente con un proceso de instalación automático y sencillo, que sea aceptado en todas las plataformas.

En otras palabras, el Geogebra es un software educativo designado a las matemáticas, que sirven como medio didáctico e interactivo; por su facilidad de uso ya que cuenta con sistemas de ayuda auto explicativos; su capacidad de motivación por el interfaz lúdico que posee manteniendo el interés de los estudiantes. Cabe agregar que Brito Mancero (2022), expone que:

El Geogebra no es solo uno de los mejores programas de geometría dinámica e interactiva, sino que combina otras de las matemáticas, como álgebra y análisis. Su ventana gráfica permite hacer construcciones geométricas con puntos, rectas polígonas, funciones, etc. Es modificable dinámicamente. (p. 11)

Es decir, es una herramienta tecnológica que usa el docente para facilitar el aprendizaje en los estudiantes por el manejo dinámico e interactivo para el reconocimiento, análisis, clasificación, deducción y rigor de razonamiento de los objetos matemáticos de la geometría, el álgebra o cálculo.

---

## Aprendizaje

Al respecto, Escobar Meléndez (2019), define el aprendizaje como: “un proceso de construcción de conocimientos y habilidades. Estos son elaborados por los propios educandos, en interacción con la realidad social y natural, en ocupaciones con ayuda de materiales técnicos, haciendo uso de sus experiencias y conocimientos previos”. En tal sentido, el aprendizaje es el camino en la construcción y adquisición del conocimiento del individuo que constituye la base para su desarrollo como persona intelectual y como ser social; no solo favorece la construcción del conocimiento sino también hace posible el desarrollo de las actitudes estratégicas y competencias para la vida. En el mismo sentido, Deleón Villa (2018) dice que se denomina aprendizaje:

Al proceso de adquisición de habilidades, valores y actitudes, posibilitado mediante el estudio, la enseñanza o la experiencia. Dicho proceso puede ser entendido a partir de diversas posturas, lo que implica que existen diferentes teorías vinculadas al hecho de aprender. (p. 10)

En efecto, las teorías del aprendizaje tratan de explicar los procesos internos cuando aprendemos, por ejemplo, la adquisición de habilidades intelectuales, la adquisición de información o conceptos, las estrategias cognoscitivas, destrezas motoras o actitudes.

Por su parte, Callupe (2019, p. 22) señala que “el aprendizaje es un proceso mediante el cual los seres humanos se apropian de la realidad, la integran al acervo personal y desarrollan la capacidad de elaborar una explicación del mundo en torno a ellos”. En tal sentido, el hombre en su desarrollo histórico ha tenido la necesidad de aprender para adaptarse a todos sus escenarios de vida, es decir, su necesidad de aprender está ligada a su realidad.

## Cónica-circunferencia como lugar geométrico

Según García-Pacheco (2023, p. 5), las figuras cónicas son aquellas curvas que resultan de la interacción entre un cono y un plano. Estas cónicas se asocian a lugares geométricos. Al respecto, Giraldo (2017, p. 14), señala que un lugar geométrico es un conjunto de puntos del plano cartesiano, que cumple con una característica geométrica común. En relación con la característica común de los puntos que pertenecen al lugar geométrico del plano es posible su representación analítica por medio de una ecuación, la cual, se denomina ecuación de un lugar geométrico.

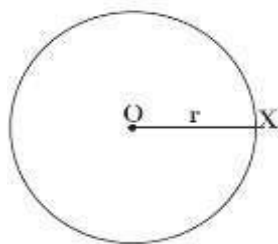
También señala, que para determinar la ecuación de  $n$  lugar geométrico, se expresan algebraicamente las propiedades de los puntos  $P(x, y)$  de ese lugar, mediante igualdades que relacionan las variables  $x$  y  $y$ . Otro enfoque, permite tratar a las cónicas como lugares geométricos, es decir, como conjunto de puntos que cumplen una propiedad determinada, por ejemplo, la circunferencia: es el lugar geométrico de los puntos cuya distancia a un punto fijo, llamado centro, es constante. Precizando de una vez, bajo el enfoque de la Geometría Analítica, Carmona (2011, p. 26), señala que:

La circunferencia es el conjunto de puntos (o lugar geométrico de los puntos) del plano que equidistan de un punto fijo en el mismo plano, al punto fijo se le llama el centro de la circunferencia y a la distancia de cada punto al centro se le llama radio de la circunferencia.

Figura 1

Notación: la circunferencia en el plano  $\pi$  y de centro  $O \in \pi$  y radio  $r$ , se denota por  $C(O, r)$ , en la notación de conjuntos  $C(O, r)$

$$= \left\{ X \in \pi / OX = r, O, X \in \pi \right\}$$



Fuente: Imagen extraída de Carmona, 2011, p. 26)

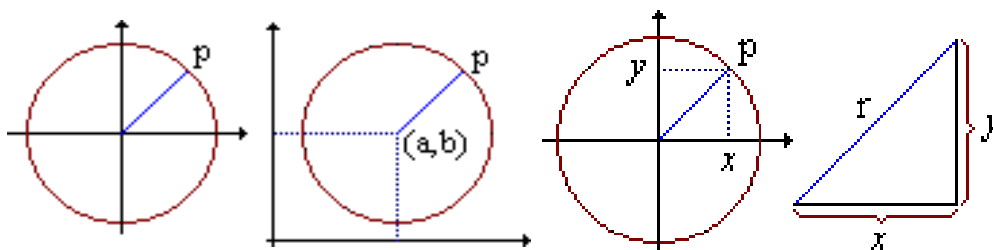
En la misma línea, Deleón Villa (2018, p. 33), señala que: “la ecuación analítica de la circunferencia, si hacemos coincidir el centro con el origen de coordenadas, las coordenadas de cualquier punto de la circunferencia  $(x, y)$  determina un triángulo rectángulo, y responde al teorema de Pitágoras:  $r^2 = x^2 + y^2$ ”

Puesto que la distancia entre el centro  $(a, b)$  y uno cualquiera de los puntos  $(x, y)$  de la circunferencia es constante e igual al radio  $r$  tendremos que:  $r^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2$ , llamada canónica podemos desarrollarla resolviendo los cuadrados (binomios perfectos) y obtenemos:  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by - r^2 = 0$

Si reemplazamos  $-2ab = D$ ;  $-2b = E$  y  $F = a^2 + b^2 - r^2$ ,

tendremos que:  $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

Figura 2



Fuente: Deleón Villa, 2018, p. 33

Después de las consideraciones anteriores y en concordancia con los planteamientos conceptuales de los autores, se puede decir que la cónica-circunferencia como lugar geométrico, analíticamente, está asociada a una ecuación de segundo grado en dos variables. Por lo que una circunferencia queda determinada si se conoce su centro y su radio (Valenzuela Felix, 2020), y que para el propósito de aprendizaje en esta investigación se establece, con el reconocimiento o identificación de sus elementos principales, su análisis mediante el procesamiento algebraico para obtener sus ecuaciones y ser capaz de resolver problemas asociados.

## Método

### Tipo de investigación

La investigación por su singularidad, se enmarca bajo el enfoque cuantitativo. Sobre el particular, Hernández Sampieri et al (2014), señalan que:

El enfoque cuantitativo se representa como un conjunto de procesos, que es secuencial y probatorio. Cada etapa precede a la siguiente y no podemos brincar o eludir pasos. El orden es riguroso, aunque desde luego, podemos redefinir alguna fase. Parte de una idea que va acotándose y, una vez delimitada, se derivan objetivos y preguntas de investigación, se revisa la literatura y se construye un marco o una perspectiva teórica. De las preguntas se establecen hipótesis y determinan variables; se traza un plan para probarlas (Diseño); se miden las variables en un determinado contexto; se analizan las mediciones obtenidas utilizando métodos estadísticos, y se extrae una serie de conclusiones. (p. 20)

En concordancia con los autores se infiere que, en la investigación con enfoque cuantitativo, el investigador recogerá datos, confiará en su medición numérica; a través del conteo y el tratamiento estadístico le permitirá la confiabilidad en establecer con exactitud la generalización de patrones de comportamiento de una población en estudio para la creación de nuevos conocimientos.

### Diseño de investigación

La investigación posee un diseño cuasi-experimental. Para efecto, Hernández Sampieri et al. (2014, p. 151), se refieren a que “en los diseños cuasi-experimentales, los sujetos no se asignan al azar a los grupos ni se emparejan, sino que dichos grupos ya están conformados antes del experimento: son grupos intactos”. En este tipo de estudio los sujetos no se asignan aleatoriamente ni al azar porque no es posible y se aplican una combinación de variables para tener la relación causa-efecto.

### Población y muestra

La población para la investigación estuvo conformada por los sesenta (60) estudiantes que integran el grado Décimo de la I.E.D. El Carmen, del municipio de Ciénaga (Magdalena, Colombia); que se consideró una población finita, pequeña y accesible, donde la muestra está constituida por toda la población, por lo cual se realizó un censo poblacional, se tomó dos grupos intacto, uno como el GE y el otro como el GC; uno experimental (10° A) y el otro grupo de control

(10° B) como patrón de comparación, respectivamente. Al respecto, Méndez (citado por Toro, 2016), señala que “*el censo poblacional consiste en estudiar todos y cada uno de los elementos de la población*”. Es decir, que cuando se está en presencia de una población con estas características, el número de sujetos que la integran puede ser abordado en su totalidad.

### **Técnicas e instrumentos de recolección de datos**

Considerando el propósito que se persigue en la investigación y la naturaleza de la misma, el contacto del investigador con los estudiantes se realizó mediante la observación directa como técnica y la encuesta materializada en un cuestionario. Según Arias (2006): “un instrumento de recolección de datos representa cualquier recurso, dispositivo o formato (en papel o digital), que se utiliza para obtener, registrar o almacenar información”. Es decir, la forma de materializar la técnica de observación es a través de los instrumentos de recolección de datos como el cuestionario.

Se utilizó un cuestionario que consta de 20 preguntas cerradas, de opción múltiples y única respuesta. La prueba de evaluación Pretest y Postest es una prueba escrita y diseñada basada en el Modelo de Van Hiele, con los niveles 0, 1 y 2 que, según Fouz (2006), son los niveles alcanzables en la educación básica; sin embargo, para esta investigación enmarcada en la educación media se ha ampliado el análisis hasta el nivel 4 de aprendizaje.

El formato tiene 4 bloques de cinco (5) preguntas; el primer bloque se relaciona con el nivel 1 de aprendizaje; el segundo con el nivel 2 de aprendizaje; el tercero se relaciona con el nivel 3 de aprendizaje y el cuarto bloque con el nivel 4 de aprendizaje, correspondientes a desarrollar el pensamiento geométrico, basado en la Serie *Lineamientos Curriculares de Matemática*, propuesto por el Ministerio de Educación Nacional (1998) y en el modelo revisado de Van Hiele (1999). Se estableció la asignación de un punto por cada respuesta correcta y de cero para las incorrectas. Al aplicar la prueba individualmente, la mínima calificación obtenida fue de cero (0) puntos y la máxima de 20 puntos.

Seguidamente, el instrumento fue sometido a pruebas de validez y confiabilidad. De forma que para Sánchez et al. (2018), la validez consiste en “la evaluación que hacen los expertos respecto a los instrumentos previamente diseñados, evidenciando el dominio del contenido que miden”. Es decir, consiste en medir el concepto o la variable de manera que exista una correspondencia del instrumento con su contexto teórico. Con respecto a la confiabilidad, Hernández Sampieri et al (2014), señalan que la: “confiabilidad en un instrumento de medición se relaciona con el grado de aplicación repetida al mismo individuo u objeto, los que produce resultados iguales”. Es decir, se define como el grado de precisión de un instrumento de medición al aplicarse repetidas veces sobre un mismo individuo.

Para este fin, se seleccionaron cinco (5) expertos a quienes se les suministró un instrumento de validación de la variable, con información suficiente sobre la investigación planteada, título, objetivos, operacionalización de variable, tipo de investigación, diseño de la investigación, población y muestra.

## Tratamiento y análisis de datos

Una vez aplicado el instrumento, se recogieron los datos y se escogió la técnica para su tabulación y procesamiento. Seguidamente, a la tabulación se hizo el análisis estadístico. Se utilizó estadística descriptiva con el uso de Excel y la estadística inferencial con el apoyo del programa estadístico SPSS versión gratuita. Se aplicó la prueba de Wilcoxon para grupos relacionados y la prueba de hipótesis, en vista que los datos luego de la prueba de Shapiro Wilk (n menor de 50 datos) evidenciaron que no tenían normalidad (Sánchez et al, 2018).

## Resultados

### Validación y confiabilidad del instrumento

La validez se definió como el “grado en que un instrumento en verdad mide la variable que se busca medir” (Hernández Sampieri et al., 2006, p. 278). A una muestra de diez (10) sujetos, con características similares a la población en estudio, se le aplicó una prueba piloto. Esta buscó eliminar los errores del diseño del instrumento. Para ello se tomaron notas de los comentarios y se revisaron las respuestas para verificar si todos comprendieron de la misma manera cada pregunta. Los expertos consideraron que era aplicable el instrumento.

La confiabilidad consiste en la determinación que el instrumento evidencie estabilidad, consistencia y exactitud. Para variables nominales la prueba que corresponde es el cálculo de coeficiente KR-20. Los resultados de confiabilidad del instrumento se fundamentaron en aplicar la prueba piloto a 10 estudiantes de cada grupo: control y experimental, obteniéndose el siguiente resultado:

### Estadísticas de fiabilidad (Grupo de control)    Estadísticas de fiabilidad (Grupo experimental)

Alfa de Cronbach	N de elementos	Alfa de Cronbach	N de elementos
0,831	20	0,882	20

El valor de la confiabilidad Kuder-Richardson fue de 0,831 y 0,882 respectivamente, lo que indica que la prueba piloto fue muy significativa.

## Resultados del grupo control, comparativo nivel de aprendizaje del grupo control (Pretest Vs Postest)

Cuadro 1

Resumen de los resultados de las medias del grupo control (pretest – postest)

INDICADORES	PRE-TEST GRUPO CONTROL	POS-TEST GRUPO CONTROL
<i>VISUALIZACIÓN O RECONOCIMIENTO</i>	1,40	3,63
<i>ANÁLISIS</i>	1,40	3,67
<i>ORDENACIÓN O CLASIFICACIÓN</i>	1,10	3,60
<i>RAZONAMIENTO DEDUCTIVO</i>	0,63	3,10

Gráfico 1

Comparación de la media del pre-test y pos-test del grupo control



## Resultados del grupo experimental, comparativo del nivel de aprendizaje grupo experimental (Pretest Vs Postest)

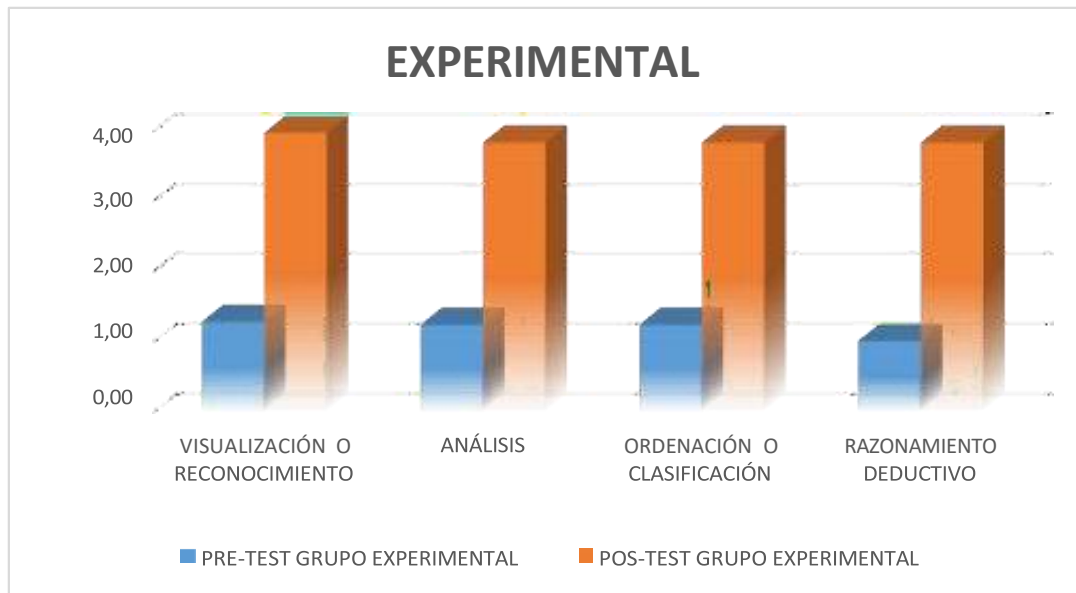
Cuadro 2

Resumen de los resultados de las medias del grupo experimental (pretest – postest)

INDICADORES	PRE-TEST GRUPO EXPERIMENTAL	POS-TEST GRUPO EXPERIMENTAL
<i>VISUALIZACIÓN O RECONOCIMIENTO</i>	1,27	3,97
<i>ANÁLISIS</i>	1,23	3,83
<i>ORDENACIÓN O CLASIFICACIÓN</i>	1,23	3,83
<i>RAZONAMIENTO DEDUCTIVO</i>	1,00	3,83

**Gráfico 2**

*Comparación de la media del pre-test y pos-test del grupo control*



**Resultados de los estadísticos descriptivos de la comparación**

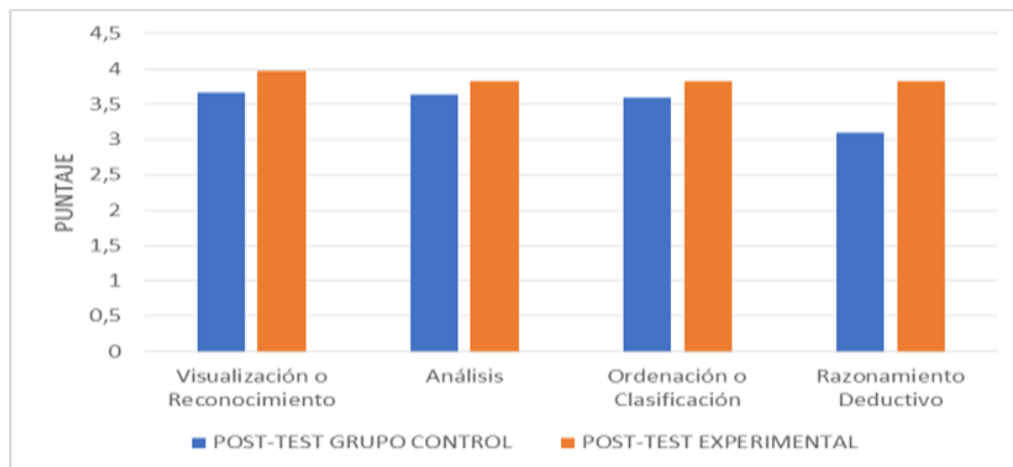
**Cuadro 3**

*Estadísticos descriptivos*

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. estándar
POS_TEST_CONTROL	30	1,75	4,50	3,5000	0,62284
POS_TEST_EXPERIMENTAL	30	2,75	4,75	3,8667	0,53229

**Gráfico 3**

*Comparativo de medias de indicadores nivel de aprendizaje del postest (Grupo control vs Experimental)*



Para responder a los objetivos de la investigación, se diseñaron los cuadros en los que se describe, a través de la media aritmética, toda la información de los distintos ítems según el siguiente baremo de categorización (Cuadro 4):

Cuadro 4

*Baremo para el análisis de las medias*

Rango	Promedio(Intervalos)	Criterios (Categorización)
1	0– 1	Muy bajo nivel de aprendizaje
2	1 — 2	Bajo nivel de aprendizaje
3	2 — 3	Medio nivel de aprendizaje
4	3 — 4	Alto nivel de aprendizaje
5	4 — 5	Muy alto nivel aprendizaje

**Discusión de resultados**

En la etapa de diagnóstico se aplicó la prueba pretest a los dos grupos de estudiantes, control y experimental, para determinar su nivel de conocimiento previo, antes de ejecutar el tratamiento con el Geogebra; se obtuvo la siguiente información (Tabla 1):

Tabla 1

*Resumen de los resultados pretest – grupo control*

INDICADOR	PROMEDIO	CATEGORÍA
Visualización o Reconocimiento	1,40	Bajo aprendizaje
Análisis	1,40	Bajo aprendizaje
Ordenación o Clasificación	1,10	Bajo aprendizaje
Razonamiento Deductivo	0,63	Muy bajo aprendizaje
<b>DIMENSIÓN</b>	<b>1,13</b>	<b>Bajo aprendizaje</b>

En la tabla 1, se aprecian los resultados de la prueba pretest-grupo control. Resume las medias de las respuestas correctas para cada indicador, resultando en una media para la dimensión nivel de aprendizaje de 1,13 que, cualitativamente, corresponde en el baremo establecido para la examinación a una categorización de bajo nivel aprendizaje de la cónica circunferencia como lugar geométrico; fragmentando la dimensión se observa en el indicador **visualización o reconocimiento** una media de 1,40 (Bajo nivel de aprendizaje); para el indicador **análisis** también se obtuvo una media de 1,40 (Bajo nivel de aprendizaje); para el indicador **clasificación** una media de 1,10 (Bajo nivel aprendizaje), y para el indicador **razonamiento deductivo** se obtuvo de 0,63 que indica Muy bajo nivel aprendizaje. A continuación, en la tabla 2, están los datos obtenidos para el grupo experimental.

Tabla 2

*Resumen de los resultados pretest-grupo experimental*

INDICADOR	PROMEDIO	CATEGORÍA
Ordenación o Clasificación	1,27	Bajo aprendizaje
Visualización o Reconocimiento	1,23	Bajo aprendizaje
Análisis	1,23	Bajo aprendizaje
Razonamiento Deductivo	1,00	Bajo aprendizaje
<b>DIMENSIÓN</b>	<b>1,18</b>	<b>Bajo aprendizaje</b>

En la Tabla 2 se observan los resultados obtenidos de la prueba pre-test del grupo-experimental para diagnosticar el nivel de aprendizaje. Se aprecian los resultados de las medias de las respuestas correctas para cada indicador, resultando en una media para la dimensión nivel de aprendizaje de 1,18; que cualitativamente corresponde en el baremo establecido para la examinación a una categorización de bajo nivel aprendizaje de la cónica circunferencia como lugar geométrico. Al desglosar el indicador **visualización o reconocimiento** se obtuvo una media de 1,23 (Bajo nivel de aprendizaje); para el indicador **análisis** también se obtuvo una media de 1,23 (Bajo nivel de aprendizaje); para el indicador **ordenación o clasificación**, una media de 1,27 (Bajo nivel de aprendizaje), y para el indicador **razonamiento deductivo** se obtuvo de 1,00 (Bajo nivel de aprendizaje).

En términos generales, los resultados del nivel de aprendizaje de la cónica circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la I.E.D El Carmen, muestran que para el grupo de control se tiene una media de 1,13 que corresponde a un bajo nivel de aprendizaje, asimismo, para el grupo experimental se obtuvo una media 1,18 que corresponde también a un bajo nivel de aprendizaje.

Para mejorar el nivel de aprendizaje se procedió a la elaboración y suministro de un módulo teórico-didáctico de aprendizaje para desarrollar el tema de la circunferencia como lugar geométrico, estructurado en dos secciones, planificadas para ejecutar en dos etapas, durante un mes de actividades, con una jornada semanal de 4 horas, para un total de 16 horas.

De esta manera, después de la inducción establecida se aplicó el software Geogebra, con lo que los estudiantes tuvieron la oportunidad de hacer construcciones geométricas con puntos, rectas polígonas, funciones, etc., y es modificable dinámicamente, como lo plantea Brito Mancero (2022, p. 11).

**Comparación de los estudiantes del grupo control (Pretest-Postest)**

Después de impartir las clases tradicionales al **grupo control** durante un mes, con jornadas semanales de 4 horas, para un total de 16 horas y aplicarse la prueba, se establece las comparaciones entre los estudiantes, como se muestra en la tabla 3:

Tabla 3

*Resumen de los resultados pretest vs. postest (grupo control)*

INDICADOR	PROMEDIO		CATEGORÍA
	Pretest	Postest	
Análisis	1,27	3,67	Alto nivel de aprendizaje
Visualización o Reconocimiento	1,23	3,63	Alto nivel de aprendizaje
Ordenación o Clasificación	1,23	3,60	Alto nivel de aprendizaje
Razonamiento Deductivo	1,00	3,10	Alto nivel de aprendizaje
<b>DIMENSIÓN</b>	<b>1,18</b>	<b>3,50</b>	<b>Alto nivel de aprendizaje</b>

En la tabla 3, se observa una media de la dimensión nivel de aprendizaje para el **grupo control** después de la explicación tradicional de 3,50 que, cualitativamente, corresponde en el baremo establecido para la examinación a una categorización de Alto nivel de aprendizaje de la cónica circunferencia como lugar geométrico. Después de las dieciséis (16) horas correspondientes a las clases tradicionales, al desglosar las dimensiones para el indicador **visualización o reconocimiento** se obtuvo una media de 3,67 (Alto nivel de aprendizaje), para el indicador **análisis** se obtuvo una media de 3,63 (Alto nivel de aprendizaje), para el indicador **ordenación o clasificación** una media de 3,60 (Alto nivel de aprendizaje), y para el indicador **razonamiento deductivo** se obtuvo de 3,10 (Alto nivel de aprendizaje).

En concordancia con lo anterior, se aprecian mejores resultados en cuanto a los obtenidos en la prueba pre-test realizada al **grupo control** sin recibir ningún tipo de actividades formativas para afianzar su nivel de aprendizaje, puesto que, tal como lo plantean Lucas Ávila y Aray Andrade (2023), construyeron su propio aprendizaje de manera autónoma, producto del uso de materiales y del Geogebra. Este proceso les permitió la adquisición de habilidades y actitudes para enfrentar y adaptarse a cualquier escenario de vida.

**Comparación de los estudiantes del grupo experimental (Pretest-Postest)**

Después de impartir las clases aplicando el software Geogebra al **grupo experimental** durante un mes, con jornadas semanales de 4 horas, para un total de 16 horas, obtuvieron los siguientes resultados (Tabla 4):

Tabla 4

*Resumen de los resultados del postest-experimental*

INDICADOR	PROMEDIO		CATEGORÍA
	Pretest	postest	
Análisis	1,27	3,97	Alto aprendizaje
Visualización o Reconocimiento	1,23	3,83	Alto aprendizaje
Ordenación o Clasificación	1,23	3,83	Alto aprendizaje
Razonamiento Deductivo	1,00	3,83	Alto aprendizaje
<b>DIMENSIÓN</b>	<b>1,18</b>	<b>3,87</b>	<b>Alto aprendizaje</b>

En la tabla 4, se observa una media de la dimensión nivel de aprendizaje para el **grupo experimental** de 3,87 que, cualitativamente, corresponde en el baremo establecido para la examinación a una categorización de Alto nivel de aprendizaje de la cónica circunferencia como lugar geométrico en la aplicación de la prueba pos-test. Después de las dieciséis (16) horas correspondientes a las clases con el software Geogebra, al fragmentar la dimensión en sus indicadores, los resultados arrojaron que en el indicador **visualización o reconocimiento** se obtuvo una media de 3,97 (Alto nivel de aprendizaje), para el indicador **análisis** se obtuvo una media de 3,83 (Alto nivel de aprendizaje), para el indicador **ordenación o clasificación** y para el indicador **razonamiento deductivo** se obtuvo la misma media de 3,83 (Alto nivel de aprendizaje).

En concordancia con lo anterior, se aprecian mejores resultados con respecto a la prueba pre-test realizada al **grupo experimental**. Sin recibir ningún tipo de actividades formativas y con el uso de la tecnología se evidencia mayor afianzamiento en su nivel de aprendizaje de la cónica circunferencia como lugar geométrico, lo que favoreció el aprendizaje, tal como lo señalan Soledispa Castro y García Murillo (2022). La incorporación del software Geogebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas propició un encuentro entre el educando y el profesor a través de espacios innovadores, ambientes de aprendizajes novedosos y nuevas formas de desarrollar las praxis educativas dentro del aula y fuera de ellas, que difiere sustancialmente de la forma tradicional de pizarra, papel y lápiz.

### Comparación de los estudiantes del grupo control y experimental (Postest)

Para comparar el nivel de aprendizaje, se confrontan los resultados obtenidos por el grupo control y el experimental antes y después de su participación en las actividades didácticas de aprendizajes con Geogebra (Tabla 5):

**Tabla 5**

*Resumen de resultados de postest grupo control y experimental (Postest)*

Dimensión	Grupo	N	Media	Desviación Estándar	Media de error Estándar
Nivel de Aprendizaje	Control	30	3,5133	0,44009	0,08035
	Experimental	30	3,8733	0,53229	0,09718

En la Tabla 5, se muestran los estadísticos correspondientes a la media y a la desviación estándar obtenidos para la dimensión **nivel de aprendizaje** después de aplicar la prueba postest al grupo de control y al experimental. Al analizar los resultados en ambos grupos, se denota en relación al grupo control, que la media fue de 3,5133, mientras que para el grupo experimental fue de 3,8733, mostrando una ligera diferencia en las medias de 0,36 y una diferencia en la desviación estándar de 0,0922, esto le permite inferir que se favorece más los resultados obtenidos por el grupo experimental, por tener una media mayor. Lo que parece indicar que ambos métodos producen efectos similares en mejorar el aprendizaje, pero técnicamente, se demuestra que existe una diferencia significativa en los resultados obtenidos, siendo más efectivo el desempeño del experimental. Para demostrarlo, se aplicó la t-Student para grupos relacionados, en el que la prueba de hipótesis rechaza la hipótesis nula  $H_0$  y se acepta como verdadera la hipótesis alternativa  $H_1$ , y

se establece que el uso del software GeoGebra es efectivo en el constructo para el aprendizaje de la cónica circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la I.E.D. El Carmen del municipio de Ciénaga, Magdalena.

## Conclusiones

El diagnóstico arrojó que los estudiantes tuvieron un bajo desempeño en el pretest, según los tipos de aprendizajes con respecto a los indicadores estudiados, como la visualización, análisis, clasificación y razonamiento deductivo. Todos tuvieron (grupo control y experimental) un bajo nivel, correspondiente a una categoría de bajo aprendizaje.

Se desarrolló una planificación de 16 horas distribuida durante un mes, en secciones de 4 horas semanales entre el mes de julio y agosto de 2024, basado en el contenido curricular del tema y se evaluó a los estudiantes antes del tratamiento con el software (pretest a grupo de control y experimental), con el objetivo **aplicar las herramientas** del software Geogebra para el aprendizaje de la cónica circunferencia como lugar geométrico.

Se comparó el nivel de aprendizaje de la cónica circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes que recibieron clases de manera tradicional y los que recibieron clases con GeoGebra y una vez aplicada la prueba postest, los resultados demostraron que estos dos grupos mejoraron, pero se notó una diferencia muy notable a favor del grupo experimental que indica un mayor nivel adquirido.

Finalmente, para dar respuesta al objetivo general de esta investigación que fue derivar un constructo teórico-didáctico basado en Geogebra para el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la I.E.D. El Carmen (Municipio de Ciénaga, Magdalena, Colombia), se comprobó la hipótesis de que sí es efectivo el uso del constructo basado en Geogebra para fortalecer el aprendizaje de la cónica-circunferencia como lugar geométrico.

## Referencias

- Arias, F. (2006). *El proyecto de investigación. Introducción a la metodología científica*. Episteme.
- Arias, F. (2017). Nuevos errores en la elaboración de tesis doctorales y trabajos de grado. *Sinopsis Educativa*, 17(1-2), 37-45. [http://historico.upel.edu.ve:81/revistas/index.php/sinopsis\\_educativa/article/view/6720](http://historico.upel.edu.ve:81/revistas/index.php/sinopsis_educativa/article/view/6720)
- Arteaga Valdés, E., Medina Mendieta, J. F. y del Sol Martínez, J. L. (2019). El GeoGebra: una herramienta tecnológica para aprender matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática. *Revista Conrado*, 15(70), 102–108. <https://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado/article/view/1112>
- Ayala Huillca, H. (2021). *Efecto de la aplicación del software GeoGebra en el logro de competencias de rectas y cónicas de los estudiantes de una Universidad pública del Cusco, 2020*. [Tesis de doctorado, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Perú]. <https://repositorio.une.edu.pe/handle/20.500.14039/5166>

- Brito Mancero, L. (2022). *GeoGebra como herramienta didáctica para el aprendizaje de las cónicas y su incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes de nivelación de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo 2021*. [Tesis de Maestría, Escuela Superior Politécnica de Chimborazo]. <https://dspace.esPOCH.edu.ec/items/bc1c224c-fcbd-4d5d-95c4-18930f017dcc>
- Callupe, F. (2019). *El software Geogebra como recurso tecnológico para el aprendizaje de polígonos regulares en estudiantes del cuarto grado de San Juan de Ondores*. [Tesis de maestría. Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión]. <http://repositorio.undac.edu.pe/handle/undac/1793>
- Carmona, J. (2011). *La circunferencia. Una propuesta didáctica usando el modelo de Van Hiele y geometría dinámica*. [Tesis de maestría. Universidad Nacional de Colombia]. <https://repositorio.unal.edu.co/items/afadf2fa-6757-48f5-bb25-114e068fabe9>
- CEPAL. (2020). *La educación en tiempos de la pandemia de COVID-19*. <https://www.cepal.org/es/publicaciones/45904-la-educacion-tiempos-la-pandemia-covid-19>
- Coloma Andrade, M. A., Labanda Jaramillo, M., Michay Caraguay, G. y Espinoza Ordóñez, W. (2020). Las Tics como herramienta metodológica en matemática. *Revista Espacios*, 41(11), 7-16. <https://revistaespacios.com/a20v41n11/a20v41n11p07.pdf>
- Deleón Villa, H. C. (2018). *Efectos de la utilización del software Geogebra en la enseñanza aprendizaje de rectas, parábolas y circunferencia, de estudiantes pre-universitario de Concepción*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Concepción]. <https://facet-unc.edu.py/wp-content/uploads/2019/08/TESIS-HERMINIO-DELEON.pdf>
- Di Blasi Regner, M. (2019). *Articulación entre los enfoques sintético y analítico en cónicas a nivel superior en entorno de geometría dinámica*. [Tesis doctoral en Enseñanza de las Ciencias, Mención Matemática. Universidad Nacional del centro de la provincia de Buenos Aires]. [https://repositoriosdigitales.mincyt.gob.ar/vufind/Record/RIDUNICEN\\_93d3f885abdb95c674656ace1b7a474b](https://repositoriosdigitales.mincyt.gob.ar/vufind/Record/RIDUNICEN_93d3f885abdb95c674656ace1b7a474b)
- Escobar Meléndez, C. (2019). *Uso del software educativo Geogebra en el aprendizaje de la geometría en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la institución educativa “Nuestra señora de La Esperanza”, UGEL N° 06*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Educación “Enrique Guzmán y Valle”]. <https://repositorio.une.edu.pe/entities/publication/80b3683f-6e92-4752-a6b5-edb67852f889>
- Florio, E. (2022). The Parabola: section of a cone or locus of points of a plane? Tips for teaching of geometry from some writings by Mydorge and Wallis. *Mathematics*, 10(6). <https://doi.org/10.3390/math10060974>
- Fouz, F. (2006). Test geométrico aplicando el Modelo de Van Hiele. *Sigma. Revista de Matemáticas* 28(5), 33-58. [https://www.euskadi.eus/gobierno-vasco/contenidos/informacion/dia6\\_sigma/es\\_sigma/adjuntos/sigma\\_28/5\\_test\\_geometrico.pdf](https://www.euskadi.eus/gobierno-vasco/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_28/5_test_geometrico.pdf)

- 
- García Pacheco, M. A. (2023). GeoGebra para el estudio y análisis de las figuras cónicas. *RIIED. Revista Iberoamericana de investigación en educación*, 7, 1-10. <https://doi.org/10.58663/riied.vi7.123>
- Giraldo, D. (2017). *Construcción de secciones cónicas con Geogebra para estudiantes de grado noveno de la I.E. Jorge Villamil Ortega*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. <https://bffrepositorio.unal.edu.co/server/api/core/bitstreams/00892c74-c2f9-4dfc-801a-267d2b0328e1/content>
- Hernández Sampieri R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación*. McGraw-Hill.
- Herrera Herrera, P. (2018). *Las secciones cónicas desde el entorno dinámico GeoGebra*. [Tesis doctoral, Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua]. <https://repositorio.unan.edu.ni/id/eprint/15403/>
- ICFES. (2019). *Marco de referencia de la prueba de matemáticas Saber 11*. Dirección de Evaluación, Icfes. [file:///C:/Users/investigacion/Downloads/04\\_MARCO\\_MATEMATICAS.pdf](file:///C:/Users/investigacion/Downloads/04_MARCO_MATEMATICAS.pdf)
- Lucas Ávila, G. E. y Aray Andrade, C. A. (2023). Geogebra como herramienta didáctica para el fortalecimiento del aprendizaje de secciones cónicas en bachillerato. *Revista Científica Arbitrada Multidisciplinaria PENTACIENCIAS*, 5(5), 386-400. <https://doi.org/10.59169/pentaciencias.v5i5.747>
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. <https://es.scribd.com/document/459852707/lineamientos-curriculares-matematicas>
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. [https://www.mineduacion.gov.co/1759/articulos-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1759/articulos-340021_recurso_1.pdf)
- Morales Figueroa, C. G. y Panamá Criollo, G. W. (2019). Experiencia de la enseñanza y aprendizaje del álgebra y geometría con ayuda de GeoGebra. *Memorias de la I Jornada ecuatoriana de GeoGebra*, 129-141. <https://oei.int/wp-content/uploads/2019/12/libro-memorias-i-jornadas-geogebra-ecuador.pdf>
- OCDE. (2018). *Marco de referencia a nivel internacional de pruebas PISA*. <https://www.educacionfpydeportes.gob.es/inee/evaluaciones-internacionales/pisa/pisa-2018/pisa-2018-marcos.html>
- Rodríguez Loayza, V. G. (2018). *Aplicación Software Geogebra en el aprendizaje de la circunferencia analítica en estudiantes del II ciclo de Matemática de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle*. [Tesis doctoral, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle]. <https://repositorio.une.edu.pe/entities/publication/d1e666a-f447-4593-8a24-d2b18142737e>
-

- 
- Sánchez, H., Reyes, C. y Mejía, K. (2018). *Manual de términos en investigación científica, tecnológica y humanística*. Universidad Ricardo Palma. <https://repositorioslatinoamericanos.uchile.cl/handle/2250/3355389>
- Soledispa Castro, Y. y García Murillo, H. (2022). Geogebra y el rendimiento académico de los estudiantes de Matemáticas: un análisis sistemático de la Literatura. *Revista Científica Multidisciplinaria Arbitrada YACHASUN*, 6(11), 159–175. <https://editorialibkn.com/index.php/Yachasun/article/view/245>
- Toro Iguarán, R. (2016). *Planificación estratégica y responsabilidad social las instituciones de salud pública colombo–venezolanas*. [Tesis de maestría, Universidad Rafael Beloso Chacín]. <https://virtual.urbe.edu/tesispub/0103153/cap03.pdf>
- UNESCO. (2010). *El impacto de las TIC en la educación*. <http://unesdoc.unesco.org/images/0019/001905/190555s.pdf>
- UNESCO. (2017). *Más de la mitad de los niños y adolescentes en el mundo no está aprendiendo*. [https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000261556\\_spa](https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000261556_spa)
- UNESCO. (2020). *Informe de seguimiento de la educación en el mundo, 2020: Inclusión y educación: todos y todas sin excepción*. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000374817>.
- UNESCO. (2021). *Informe de seguimiento de la educación en el mundo 2021/2: los actores no estatales en la educación: ¿quién elige? ¿quién pierde?* [https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000380076\\_spa](https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000380076_spa)
- Urzola, L. (2021). *Constructos teóricos para la enseñanza de las matemáticas en la educación básica primaria*. [Tesis doctoral, Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Instituto Pedagógico Rural “Gervasio Rubio”]
- Valenzuela Felix, P. (2020). *Aplicación del software GeoGebra en el aprendizaje de las secciones cónicas en estudiantes de ingeniería del I ciclo en una universidad privada*. [Tesis de maestría. Universidad Cesar Vallejo]. <https://hdl.handle.net/20.500.12692/62920>
- van Hiele, P. M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching Children Mathematics*, 6, 310-316. <https://pubs.nctm.org/view/journals/tcm/5/6/article-p310.xml>
-