

DIFICULTADES EN LAS TRANSFORMACIONES DE TRATAMIENTO Y CONVERSIÓN EN OPERACIONES DE SUMA Y RESTA DE LA FRACCIÓN

Margy Liseth Campos Arismendy

Escuela Normal Superior Francisco de Paula Santander, Colombia
margylcamposa@gmail.com <https://orcid.org/0000-0003-1111-5105>

Resumen

Esta investigación describió las dificultades de los estudiantes de grado séptimo de la Escuela Normal Superior Francisco de Paula Santander en las transformaciones de tratamiento y conversión de las operaciones de suma y resta de la fracción, comprendiendo de qué manera el estudiante aborda este tipo de operación y qué registros semióticos utiliza. El estudio se realiza a través de un enfoque cualitativo descriptivo de tipo interpretativo considerando como punto de partida el análisis de los procedimientos que siguen los estudiantes al solucionar situaciones que involucran la fracción. Para dicho estudio se toma una muestra de cinco estudiantes de grado séptimo los cuales son sometidos a un proceso de intervención al identificar y describir sus dificultades. En dicho estudio se obtiene como resultado una mejora del 60% en los indicadores en las transformaciones de conversión y una disminución significativa en relación con el tratamiento. Una de las principales conclusiones es que los estudiantes evidencian dificultades especialmente en las transformaciones de tratamiento ya que hay una tendencia hacia la ejecución mecánica de procedimiento sin una adecuada reflexión

Palabras clave. Conversión, tratamiento, aprendizaje, fracción, representación semiótica.

DIFFICULTIES IN THE TREATMENT AND CONVERSION TRANSFORMATIONS IN SUM AND SUBTRACTION OPERATIONS OF THE FRACTION

Abstract

This research described the difficulties of the seventh grade students of the Francisco de Paula Santander Higher Normal School in the transformation of treatment and conversion of the addition and subtraction operations of the fraction, understanding how the student approaches this type of operation and what semiotic registers do you use. The study is carried out through a descriptive qualitative approach of an interpretive type considering as a starting point the analysis of the procedures that students follow when solving situations involving the fraction. For this study, a sample of 5 seventh grade students is taken, who undergo an intervention process to identify and describe their difficulties. In this study, a 60% improvement in the conversion transformation indicators and a significant decrease in relation to treatment are obtained. One of the main conclusions is that students show difficulties, especially in treatment transformations, since there is a tendency towards the mechanical execution of procedures without adequate reflection.

Keywords. Conversion, treatment, learning, fraction, semiotic representation.

Introducción

Las dificultades reportadas a nivel de la literatura en didáctica de las Matemáticas, así como las manifestadas por docentes y estudiantes en relación con la suma y resta en el contexto de la fracción, están asociadas a diversos factores: procedimientos algorítmicos, uso de diversas representaciones y transformaciones de tratamiento y conversión.

Es por esto que la presente investigación buscó identificar dichas dificultades en las transformaciones de tratamiento y conversión que afectan estos para analizar las destrezas y elementos que se deben mejorar en la adquisición de habilidades y competencias del objeto de estudio, bajo el problema: ¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes de grado Séptimo de la Escuela Normal Superior en las transformaciones de tratamiento y conversión al resolver situaciones problema con operaciones de suma y resta? Y de lo cual se plantean como objetivos Caracterizar las transformaciones de tratamientos que emplean los estudiantes en situaciones relacionadas con la fracción como operador en el contexto de la suma y resta. Caracterizar las transformaciones de conversión que emplean los estudiantes en situaciones relacionadas con la fracción como operador en el contexto de la suma y resta e identificar que procesos involucra el estudiante al solucionar situaciones de la fracción como operador en el contexto de la suma y resta.

Teorías matemáticas

La fracción como operador acoge las diversas operaciones (adición, sustracción, multiplicación, cociente), sin embargo, el papel de la fracción como operador comúnmente conocido, es la de un transformador de una cantidad de magnitud el cual tiende a ser considerado como el producto de m por $\frac{1}{n}$, siendo esta última una subunidad de medida, esto lo afirma Vasco (1994). Este transformador se puede entender como una sucesión de multiplicaciones y divisiones.

Por tal razón las dificultades más comunes en el proceso de aprendizaje se derivan de la multiplicidad de contextos y el significado de fracción. Una estrategia didáctica que hace viable el aprendizaje de las fracciones para estos propósitos es la resolución de problemas con diferentes niveles de dificultad. El docente debe estar pendiente de las dudas que puedan surgir y guiarlos en la formulación de sus soluciones.

Dentro de los temas que más generan dificultades, en los estudiantes es el generalizar las formas en que se tratan los números naturales y aplicárselos a los números racionales, por ejemplo, en la adición el estudiante maneja la linealidad de los números naturales buscando aplicarla en los números racionales, el análisis de estas situaciones son una de las preocupaciones más constantes entre los profesores (Abrate, Pochulu, y Vargas 2006).

Palarea, Ruano y Socas, (2008) plantean que los errores aparecen en los estudiantes cuando es obligado a enfrentar conocimientos nuevos, que los obliguen a hacer una revisión o a reestructurar lo que ya conocen. Es decir, la asimilación del nuevo conocimiento se logra cuando para el estudiante tiene sentido, de lo contrario el estudiante se crea un conflicto, posteriormente el estudiante produce una acomodación de su conocimiento anterior y recobra el equilibrio, es decir que dicho conocimiento no reemplaza al anterior, así resuelve situaciones diferentes y desconocidas.

1. Representaciones semióticas

Las representaciones semióticas juegan un papel primordial en la enseñanza de las matemáticas, ya que son las representaciones las que permiten el acceso a los objetos matemáticos, considerando que las matemáticas a diferencia de otras ciencias, está contenida de objetos no tangibles. Duval (2004) afirma: "la actividad matemática se realiza necesariamente en un contexto de representación"

Respecto a las representaciones, es importante hacer la diferencia entre representaciones mentales y representaciones semióticas. Duval (2004) menciona que las representaciones mentales están conformadas por todo el conjunto de concepciones o imágenes que un individuo tiene acerca de un objeto, son la interiorización de las representaciones semióticas; y las representaciones semióticas son las producciones constituidas por el empleo de signos; no son más que el medio por el cual disponen los individuos para exteriorizar sus representaciones mentales, para hacerlas visibles y accesibles a otros. Según Duval (1998), un sistema semiótico puede ser un registro de representación, si permite tres actividades cognitivas relacionadas con la semiosis: 1) La presencia de una representación identificable. 2) El tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada 3) La conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial.

Es decir, con dos tipos de registros disímiles, con diferentes representaciones. El dominio de las operaciones necesarias para cambiar la forma mediante la cual se representa un conocimiento es primordial, ya que se constituye en una operación cognitiva básica que está muy relacionada con los tratamientos de comprensión y con las dificultades del aprendizaje conceptual. Esto puede ser la causa de obstáculos que sólo la coordinación de varios registros semióticos ayuda a remontarlos, y en consecuencia el dominio de la habilidad para cambiar de registro de cualquier representación semiótica en el aprendizaje de la matemática se torna fundamental.

2. Actividades inherentes a toda representación.

Los sistemas semióticos considerados desde un punto de vista de su diversidad y su papel con el funcionamiento del pensamiento, Duval (2004) plantea tres actividades cognitivas inherentes a toda representación: La primera, la “formación” las cuales son las representaciones de un registro semiótico particular, la cual constituye un conjunto de marcas perceptibles e identificables como una representación de alguna cosa en un sistema determinado.

La segunda, “tratamiento”, las cuales son las transformaciones propias de cada registro, de acuerdo con unas únicas reglas que le son propias al sistema, de modo que a partir de éstas se obtengan otras representaciones que puedan constituirse como una ganancia de conocimiento en comparación con las representaciones iniciales. La tercera, “conversión”, como aquella habilidad para el cambio de registro de representación semiótica, el poder convertir las representaciones producidas de un sistema de representación a otro sistema, de manera que este otro sistema permita explicitar otras significaciones relativas a aquello que es representado. Tratamiento

Es la transformación de una representación inicial en otra representación terminal, respecto a una cuestión, un problema. Un tratamiento es una transformación de la representación interna a un registro de representación o a un sistema. Ejemplo: El cálculo es un tratamiento interno al registro de una escritura simbólica de cifras o de letras: sustituye, en el mismo registro de una escritura de números expresiones nuevas por expresiones dadas; sin embargo, el término cálculo tiene en matemáticas un significado más amplio: se llama cálculo a todo proceso de transformación de escritura de los números combinando actividad de tratamiento y actividad de conversión (Escobar 2016).

3. La conversión

Es la transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información dada en un registro, en una representación de ese mismo objeto, o de la misma información en otro registro. Un tratamiento no moviliza más que un solo registro de representación. La conversión es, al contrario, una transformación que hace pasar de un registro a otro; requiere de la coordinación por parte del sujeto que la efectúa. Entre la conversión y el tratamiento es necesario precisar que

cognitivamente, son bastante independientes la una de la otra, aunque matemáticamente la primera depende de la segunda; es la razón por la cual la conversión de representación es el primer umbral de la comprensión en el aprendizaje de las matemáticas.

La conversión y el tratamiento deben ser separados para analizar lo que hacen los estudiantes cuando se enfrentan al problema. La comprensión conceptual surge de la coordinación de los diversos sistemas semióticos usados y darse cuenta de la forma específica de representar para cada sistema semiótico es condición cognitiva para la comprensión (Duval 1999).

Metodología

1. Enfoque de la investigación

La siguiente investigación se encuentra definida dentro del enfoque de Investigación cualitativa. Entendido el término “investigación cualitativa” como cualquier tipo de investigación que produce hallazgos a los que no se llega por medio de procedimientos estadísticos u otros medios de cuantificación; es decir, a los datos se les hace primordialmente un análisis interpretativo. El análisis cualitativo, se refiere no a la cuantificación de los datos cualitativos, sino al proceso no matemático de interpretación, realizado con el propósito de descubrir conceptos y relaciones en los datos brutos y luego organizarlos en un esquema explicativo teórico (Tamayo 2001).

Los métodos cualitativos se pueden usar para obtener detalles complejos de algunos fenómenos, tales como sentimientos, procesos de pensamiento y emociones, difíciles de extraer o de aprehender por métodos de investigación más convencionales.

Teniendo en cuenta que el estudio se orientará en caracterizar los tratamientos en situaciones de suma y resta en el contexto de la fracción como operador, se considera pertinente enmarcar el proyecto en el enfoque cualitativo descriptivo- Interpretativo. De acuerdo a Tamayo (2001) este enfoque cualitativo y a la vez interpretativo permite que sea usado en pequeños grupos o comunidades ya que los datos obtenidos de la realidad y las poblaciones de estudio pueden ser trabajados bajo un diseño flexible.

2. Población y muestra

La institución en donde se pretende realizar la investigación corresponde a la Escuela Normal Superior Francisco de Paula Santander ubicada en la ciudad de Málaga Departamento de Santander. La Institución cuenta con 1206 estudiantes, entre los cuales hay tres séptimos distribuidos así: 7-1, 7-2 y 7-3 con aproximadamente 30 estudiantes por salón. Para efectos de esta investigación se tomarán como muestra 5 estudiantes del grado séptimo elegidos aleatoriamente para efecto de un estudio de caso.

Los estudiantes seleccionados se codificarán de acuerdo con su género (M y F) y orden asignado para diferenciarlos en la recolección y análisis de la información. Esto quiere decir que el código EF1 significa: Estudiante femenino número uno y EM1 significa Estudiante masculino número 1, ver la siguiente tabla:

CÓDIGO	GÉNERO	EDAD	GRADO
EF1	Femenino	11	Séptimo
EF2	Femenino	12	Séptimo
EF3	Femenino	13	Séptimo
EM1	Masculino	12	Séptimo
EM2	Masculino	12	Séptimo

Tabla1. Estudiantes que cumplen los criterios para participar en el estudio de caso dentro de la Escuela Normal Superior Francisco de Paula Santander.

Cabe resaltar que esta investigación se desarrolló teniendo en cuenta elementos del estudio de caso, propio de una investigación cualitativa, utilizada para comprender en profundidad la realidad social y educativa de la temática propuesta en la investigación. De acuerdo con Tamayo (1999) este tipo de estudios es apropiado cuando se desean estudiar de manera intensiva algunas características, situaciones o interacciones con pequeños grupos de individuos.

Este tipo de investigaciones tienen como características el estudio en profundidad de una unidad de observación, teniendo en cuenta características y procesos específicos o el comportamiento total de esa unidad en su ciclo de vida total o un segmento de ella. (Tamayo, 1999, p.49)

3. Técnicas e instrumentos

3.1 Cuestionario escrito

Se ha seleccionado como instrumento de recolección de datos el cuestionario abierto, el cual es un instrumento que permitirá determinar la medida en que los participantes sostienen creencias similares, comparten ciertos constructos y ejecutan conductas comparables Goetz y Lecompte, 1988. En el cuestionario se formuló una serie de preguntas que permitieron describir las dificultades de los estudiantes en el tratamiento y la conversión.

Las preguntas abiertas no limitan las alternativas de respuesta, debido a que brindan un espacio libre para que el encuestado escriba la respuesta que mejor considere. Esto permite obtener respuestas más amplias y redactadas con las propias palabras del encuestado, sin embargo, el número de categorías de respuesta tiende a ser muy elevado. Este tipo de preguntas suele ser más fácil de construir, pero su análisis requiere de mayor tiempo y dedicación.

A continuación, se presenta un fragmento del cuestionario escrito:

Si un caracol intenta subir una pared, asciende $\frac{1}{4}$ de la pared, se desliza y desciende $\frac{1}{5}$ y finalmente asciende $\frac{2}{3}$. En qué posición quedo finalmente.

- a. Elabore una gráfica con los movimientos del caracol y la posición final.
- b. Escriba la expresión matemática que represente dicha situación.

3.2 Entrevista no estandarizada. Muéstranos el procedimiento que utilizarías para ubicar la posición final del caracol.

La entrevista es realizada con el objetivo de abordar el estudio de caso y obtener una visión más amplia sobre las soluciones y procedimientos llevados a cabo por los estudiantes durante el desarrollo de cada situación que ha sido planteada en el cuestionario abierto. Cada una de las preguntas generadas para la entrevista estará enfocada en ampliar y obtener información específica que dé cuenta las dificultades en las transformaciones de tratamiento y conversión aplicadas a la solución de problemas de estructuras aditivas con la fracción como operador

De acuerdo con Goetz y Lecompte (1988) la entrevista se refiere a “una guía en la que se anticipan las cuestiones generales y la información específica que el investigador quiere reunir” (p.134). Por lo tanto, se pretende analizar los errores en las tareas, medir opiniones, actitudes, percepciones y permitir que los estudiantes puedan matizar las ideas más recurrentes registradas en la aplicación de la prueba escrita. La entrevista no estructurada se realizará en la parte de indagación y en la parte de evaluación, las sesiones de aplicación serán grabadas en audios y transcritas, con el fin de registrar la mayor información posible para poder volver a las intervenciones de los estudiantes o reconstruir las situaciones cuantas veces fuese necesaria. En este tipo de entrevista no existe una formulación estándar de las preguntas y tampoco un orden de estas. Se sigue un poco la conversación con el entrevistado no olvidando nunca el objetivo del investigador. El cuestionario y la entrevista no estandarizada permiten contar con diversas fuentes de recolección de información para una triangulación adecuada. Campbell y Fiske (1959) citado en (Stake ,1995, p.114) afirman que :

Para conseguir constructos útiles e hipotéticamente realistas en una ciencia se requieren métodos múltiples que se centren en el diagnóstico del mismo constructo desde puntos de observación independientes, mediante una especie de triangulación.

4. FASES DEL LA INVESTIGACIÓN

4.1 Exploración.

En esta primera fase se buscó identificar las dificultades de tratamiento y de conversión en los estudiantes del grado séptimo de la Escuela Normal Superior Francisco de Paula Santander en situaciones relacionadas con las fracciones como operador en la suma y resta. De esta manera se procedió a la aplicación de situaciones problema planteadas para que el estudiante plasmará los tratamientos y las conversiones que creía necesarias para el desarrollo de estas. Paralelamente se hizo una entrevista no estandarizada la cual permitió obtener una información más completa.

Estos instrumentos aplicados, se llevaron a tablas de registros, se transcribió la información y se organizó por categorías para un análisis previo, seguidamente con la compilación en frecuencias absolutas se logró una caracterización previa.

4.2 Intervención.

A partir del análisis inicial se procedió a identificar las dificultades más relevantes en la fracción como operador desde los diferentes registros de representación partiendo de los procesos de tratamientos y conversión. Se diseñó una unidad didáctica que permitió abordar de forma significativa los conceptos relacionados con la fracción como operador, se involucraron diferentes estrategias, que les permitió a los estudiantes comprender el contexto de la fracción como operador y por ende encontrar una solución.

4.3 Evaluación.

Una vez aplicada la unidad didáctica, se realizó un comparativo entre las dificultades evidenciadas en la fase de exploración y las descritas después del momento de la intervención para así ajustar el instrumento de evaluación monitoreando las dificultades de los estudiantes en el tratamiento y la conversión. Se ajustaron los instrumentos, se intervino en aspectos débiles de los estudiantes y se aplicó nuevamente el instrumento de evaluación seguidamente de la entrevista no estandarizada, se llevó a cabo el plan de análisis y se tomaron los resultados para hacer un comparativo y un contraste de la información entre la fase de exploración y la fase de evaluación para analizar el alcance de la intervención.

5. Plan de análisis

A partir de la recolección de información realizada, se plantea el plan de análisis de la siguiente manera:

Aplicar el cuestionario escrito a cada uno de los estudiantes de manera individual y realizar una grabación de las intervenciones orales en la entrevista no estandarizada con el objetivo de ampliar la información recolectada. Transcribir el registro verbal y escrito, de tal manera que se pueda organizar la información por estudiante. Ver tabla 2

CÓDIGO PREGUNTA		TRANSCRIPCIÓN	
REGISTRO ESCRITO		REGISTRO VERBAL	
Código de cada uno de los estudiantes (Asignado anteriormente)	Pregunta realizada al estudiante	Transcripción de la respuesta escrita	Transcripción de la entrevista oral, preguntas y respuestas (entrevistador y estudiante)

Tabla 2 Transcripción de registro escrito y verbal

Al transcribir la información se realiza un primer análisis de las respuestas con el objetivo de identificar aquellas que hagan referencia al uso de las dificultades en las transformaciones de tratamientos en la fracción como operador. Estas respuestas serán organizadas en un nuevo instrumento y se clasificarán por estudiante y categorías, de tal manera que se evidencie posteriormente los procesos matemáticos, registros o particularidades. (Ver tabla 3)

Categoría: _____

Unidad de registro compilada	Procesos	Regularidad es asociadas al proceso	Reflexión del investigador
Frases o respuestas que permitan alcanzar el objeto de la investigación y entender la posición del estudiante.	Clasificar cada respuesta de la unidad de registro compilada en un proceso	Característica asociada	

Tabla 3 Caracterización de instrumentos según transcripciones

Teniendo en cuenta que este último análisis encierra las respuestas de cada estudiante, se diligenciará una nueva tabla que organizará las unidades de registro compiladas por categoría, lo que permitirá hacer un análisis para saturar las categorías de acuerdo a sus

Categoría: _____ Estudiante: _____

Unidad De Contexto	Unidad de Registro Inicial	Unidad de Registro Compilada
Pregunta realizada al encuestado fase inicial	Respuestas transcritas en la	Frases o respuestas que permitan alcanzar el objeto de la investigación y entender la posición del estudiante frente a la categoría.

procesos matemáticos, registros o particularidades.

Tabla 4. Unidades de registro por categorías

Partiendo de lo anterior se diseñará una nueva tabla que reúna en frecuencias absolutas las categorías ya analizadas y sus regularidades, con el objeto de identificar los puntos que deben ser profundizados en el análisis.

CATEGORÍA: _____

Procesos	Frecuencia absoluta por proceso	Regularidades	Frecuencia absoluta por regularidad

Tabla 5. Frecuencias absolutas de las categorías

Se reunirá la información alrededor de las categorías se determinará cuáles procesos y regularidades son los de mayor o menor notabilidad y así caracterizar las dificultades y los tratamientos generados alrededor de la fracción como operador. (Ver tabla 6)

Resumen

Categoría o subcategoría		Procesos, regularidades y frecuencia				
Nombre de la categoría	Proceso, regularidad frecuencia	Proceso, regularidad frecuencia	Proceso, regularidad frecuencia	Proceso, regularidad frecuencia	Proceso, frecuencia	Proceso, regularidad frecuencia

Tabla 6. Frecuencias Absolutas de las Categorías

A partir de lo anterior se realizará un proceso de intervención alrededor de las dificultades evidenciada y se hará un nuevo análisis para evidenciar si hay o no cambios en las dificultades de los estudiantes al realizar transformaciones de tratamiento y conversión en situaciones de la fracción como operador. A continuación, se presenta un diagrama que resume el plan de análisis:

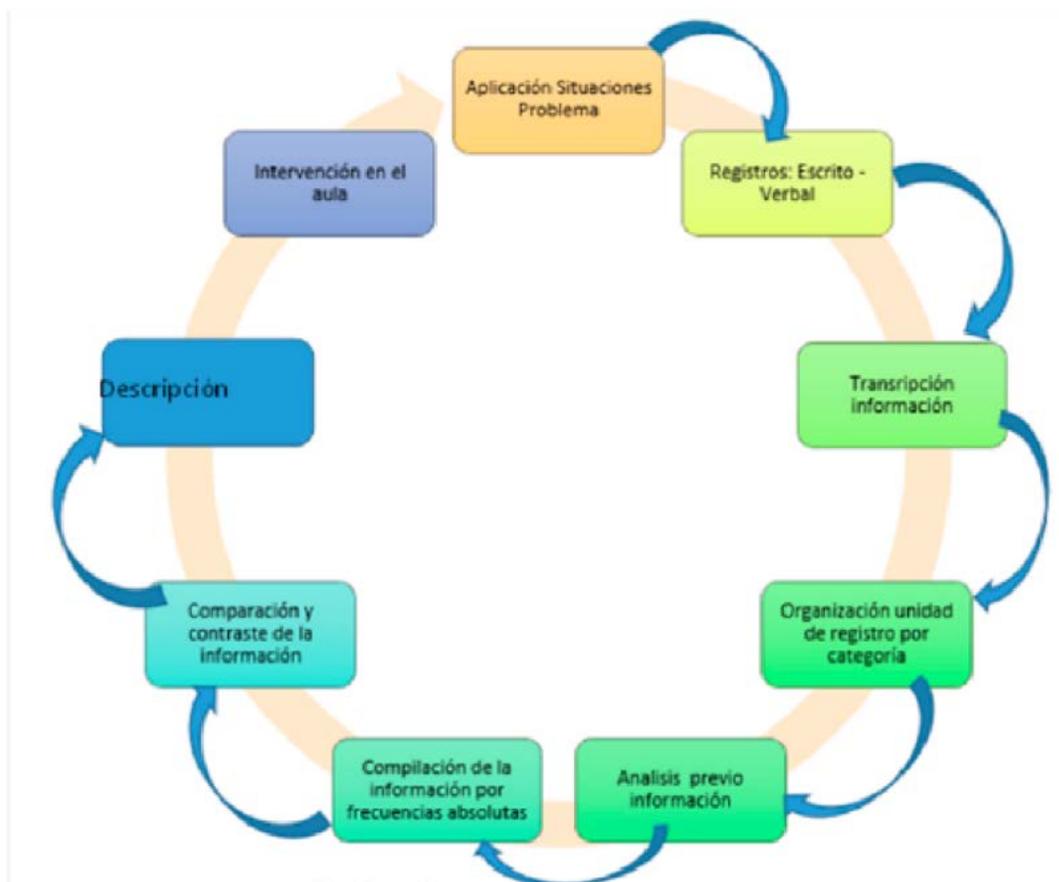


Figura 1 .. Estructura plan de análisis

Resultados y Análisis

1. Análisis fase de exploración

1.1 Análisis en cuanto al tratamiento

En la siguiente tabla se presentan las dificultades evidenciadas en esta primera parte del análisis las cuales están organizadas por indicadores.

#	Indicadores	# de Registros	Porcentaje	Tipo de dificultad
1	El estudiante suma los numeradores y los denominadores en la suma de fracciones heterogéneas	8	32 %	Procedimental
2	Dificultad en la simplificación y ampliación de fracciones.	5	20 %	Procedimental
3	Dificultad para descomponer la unidad en partes iguales	1	4 %	Procedimental
4	Confunde el algoritmo de la suma de fracciones con el de la multiplicación.	7	28%	Conceptual y procedimental
5	No comprende el concepto de fracción parte todo y le genera dificultad para realizar el procedimiento	1	4 %	Conceptual y Significados
6	Dificultad en el desarrollo del mínimo común múltiplo.	1	4 %	Conceptual
7	Dificultades para hacer suma de fracciones a través del registro pictórico. Operacionalización de la fracción a través en el registro pictórico.	2	8 %	Conceptual y procedimental
TOTAL:		26	100%	

Tabla 7. Dificultades en las transformaciones de tratamiento

El 32 % de las evidencias muestran que los estudiantes suman los numeradores y denominadores entre sí y el 28 % que los estudiantes presentan confusión entre el algoritmo de la suma y el de la multiplicación. Este tipo de dificultades está asociado con las transformaciones de tratamiento ya que los estudiantes confunden conceptos, algoritmos y significados durante la manipulación de un mismo registro. De hecho, el 20 % de las evidencias muestran la dificultad en la simplificación y ampliación de fracciones.

1.2 Análisis en cuanto a la conversión

El análisis esta direccionado en describir las dificultades en las transformaciones de conversión que emplean los estudiantes en situaciones de la fracción como operador suma y resta, con el fin de contrastar dificultades frecuentes cuando los estudiantes se encuentran con situaciones en las cuales la conversión hace parte.

A continuación, se presentan las dificultades evidenciadas en las transformaciones de conversión ver tabla 8 y de las cuales seguirá el análisis respectivo.

No	Indicadores	# de incidencias	%
1	Dificultad para pasar el registro verbal al pictórico y gráfico. Registro verbal – pictórico y gráfico	2	9,09 %
2	Dificultad para pasar del registro pictórico–aritmético. 6	6	27,27 %
3	Dificultad para representar una fracción es decir pasar del registro aritmético – pictórico.	4	18,18 %
4	Representa erróneamente la fracción por Desconocimiento del concepto de fracción propia e impropia (conceptual – significados). Significados.	6	27,27 %
5	Naturalización de la fracción (el estudiante trata de convertir un numero racional en un entero). Paso de lo continuo a lo discreto.	1	4,55 %
6	Paso del registro verbal al aritmético.	3	13,64 %
TOTAL		22	100%

Tabla 8. .Dificultades de conversión.

Se ha encontrado que los estudiantes presentan dificultades a la hora de realizar conversiones entre los registros de representación de las fracciones, es decir, trabajan con los registros de manera aislada y sin reconocer las relaciones existentes entre éstos. El hecho de desconocer o no recordar conceptos sobre fracciones hace que la incidencia sea mayor en cuanto a la representación gráfica y el análisis de estas mismas. Evidenciando así unos indicadores de dificultad del cambio de un registro a otro

2. Análisis fase de evaluación

2.1 Análisis en cuanto al tratamiento

#	Indicadores	# de Registros	Porcentaje	Tipo de dificultad
1	El estudiante suma los numeradores y los denominadores en la suma de fracciones heterogéneas	0	0,00%	Procedimental
2	Dificultad en la simplificación y amplificación de fracciones.	7	50,00%	Procedimental
3	Dificultad para descomponer la unidad en partes iguales	1	7,14%	Procedimental
4	Confunde el algoritmo de la suma de fracciones con el de la multiplicación.	1	7,14%	Conceptual y procedimental
5	No comprende el concepto de fracción parte todo y le genera dificultad para realizar el procedimiento	1	7,14%	Conceptual y Significados

6 Dificultad en el desarrollo del mínimo común múltiplo. 2 14,29%

7	Dificultades para hacer suma de fracciones a través del registro pictórico. Operacionalización de la fracción a través en el registro pictórico.	2	14,29%	Procedimental
TOTAL:		14	100%	

Tabla 9. Dificultades en las transformaciones de tratamiento

La simplificación y amplificación de fracciones sigue siendo uno de los procesos inmersos en el tratamiento con más dificultad en los estudiantes (50 % de las unidades de registro); seguido por el procedimiento para calcular el mínimo común múltiplo y la suma de fracciones a través del registro pictórico, cada una con un porcentaje de 14,29 %. Duval (1998) establece que

“toda representación es parcialmente cognitiva con respecto a lo que representa y por tanto la comprensión de un contenido conceptual está basada en la coordinación de, al menos, dos registros de representación, y esta coordinación queda de manifiesto por medio del uso rápido y la espontaneidad de la conversión cognitiva” (p. 40).

Los estudiantes confunden conceptos, algoritmos y significados durante la manipulación de un mismo registro, lo que soporta la teoría expuesta.

2.2 Análisis en cuanto a la conversión

No	Indicadores	# de Registros	Porcentaje
1	Dificultad para pasar el registro verbal al pictórico y gráfico. Registro verbal – pictórico y gráfico	0	0,00%
2	Dificultad para pasar del registro pictórico–aritmético.	3	75,00%
3	Dificultad para representar una fracción es decir pasar del registro aritmético – pictórico.	1	25,00%
4	Representa erróneamente la fracción por desconocimiento del concepto de fracción propia e impropia (conceptual – Significados).	0	0,00% significados)
5	Naturalización de la fracción (el estudiante trata de convertir un 5 numero racional en un entero) Paso de lo continuo a lo discreto.	0	0,00%
6	Paso del registro verbal al aritmético	0	0,00%
TOTAL:		4	100%

Tabla 10. Dificultades en las conversiones

Las dificultades que más marcan a los estudiantes en cuanto a las conversiones tienen que ver con el paso del registro pictórico al aritmético y representar una fracción desde el registro aritmético al pictórico, donde la primera dificultad le corresponde a un 75 % de las unidades de registro y el 25 % a la segunda. En términos de Duval (1999) un concepto está entendido si el alumno es capaz de transitar entre sus distintos registros de representación.

3. Análisis general entre las fases de exploración y evaluación

A continuación, se presenta el análisis general de las dificultades en las transformaciones de tratamiento y conversión entre las fases de exploración y la evaluación de acuerdo al proceso de intervención, el porcentaje empleado está relacionado con las unidades de registro en cada una de las fases anteriores, teniendo en cuenta que se debe llevar a cabo un análisis proporcional y homogéneo.

3.1 Tratamiento

Tratamiento		Fase exploratoria		Tipo de dificultad	Fase evaluación	
#	Indicadores	# de Registros	%		# de registros	%
1	El estudiante suma los numeradores y los denominadores en la suma de fracciones heterogéneas	8	32 %	Procedimental	0	0%
2	Dificultad en la simplificación y amplificación de fracciones.	5	20 %	Procedimental	7	50%
3	Dificultad para descomponer la unidad en partes iguales	1	4 %	Procedimental	1	7%
4	Confunde el algoritmo de la suma de fracciones con el de la multiplicación.	7	28%	Conceptual y procedimental	1	7%
5	No comprende el concepto de fracción parte todo y le genera dificultad para realizar el procedimiento	1	4 %	Conceptual y Significados	1	7%
6	Dificultad en el desarrollo del mínimo común múltiplo.	1	4 %	Conceptual	2	14%
7	Dificultades para hacer suma de fracciones a través del registro pictórico. Operacionalización de la fracción a través en el registro pictórico.	2	8 %	Conceptual y procedimental	2	14%
TOTAL:		26	100%		14	100%

Tabla 11. Análisis general de las dificultades en las transformaciones de tratamiento

Se puede evidenciar por medio de esta comparación que el avance alcanzado en la fase de evaluación frente a la fase de exploración es notoria en algunos indicadores, lo que demuestra que las herramientas aplicadas para la mejora en los procesos de aprendizaje de los estudiantes dieron resultados positivos en indicadores como evitar sumar numeradores con numeradores y denominadores con denominadores, y el de confundir el algoritmo de la suma con el de la multiplicación de fracciones, aclarando así que los indicadores disminuyeron de 26 a 14 registros casi en un 50%, obteniendo de esta manera una disminución significativa en varios de los puntos planteados inicialmente dentro de

los instrumentos seleccionados. También se debe resaltar que las dificultades como implicación y simplificación y el hallazgo del mínimo común múltiplo son reiterativos y si bien aumentaron el número de incidencia, lo que muestra la necesidad de evaluar nuevamente la metodología implementada para enseñar a los estudiantes a resolver este tipo de problemas con la fracción como operador.

3.2 Conversión

#	Indicadores	Fase Exploración		Fase evaluación	
		Incidencia	Porcentaje	Incidencia	%
	Dificultad para pasar el registro verbal al 1 pictórico y gráfico.	2	9,09 %	0	0%
	Registro verbal – pictórico y gráfico				
	Dificultad para pasar del registro pictórico 2 aritmético.	6	27,27 %	3	75%

Dificultad para representar una fracción es

3	decir pasar del registro aritmético – pictórico.	4	18,18 %	1	25%
4	Representa erróneamente la fracción por desconocimiento del concepto de fracción propia e impropia (conceptual – significados) Significados.	6	27,27 %	0	0
5	Naturalización de la fracción (el estudiante trata de convertir un número racional en un entero)	1	4,55 %	0	0
	Paso de lo continuo a lo discreto.				
6	Paso del registro verbal al aritmético.	3	13,64 %	0	0
TOTAL:		22	100%	4	100%

Tabla 12. Análisis general de las dificultades en las transformaciones de conversión

Es notable la disminución de falencias como el paso de un registro a otro, el reconocimiento de una fracción propia e impropia y paso de lo continuo a lo discreto entre otros, los indicadores encontrados en este trabajo se vieron evidenciados en las respuestas proporcionadas por los alumnos en cada uno de los ítems, luego de la fase de evaluación realizada con los mismos. Cabe resaltar que la metodología usada y la forma de enseñanza de la fracción como un todo, aporta a los estudiantes las bases necesarias para enfrentarse a problemas cotidianos relacionados con las fracciones.

En los indicadores de conversión se obtiene una disminución significativa, mientras que los indicadores de tratamiento no obtuvieron mejoras significativas debido a los vacíos conceptuales evidenciados en los estudiantes

Conclusiones

- De acuerdo a los resultados los estudiantes presentan mayores dificultades en el tratamiento que en la conversión debido a los sentidos y significados previos que tienen sobre las operaciones de la fracción y la mecanización de procedimientos.
- En los estudiantes se presenta una tendencia hacia la ejecución mecánica de reglas de suma y resta sobre las cuales no se ha hecho una adecuada reflexión.
- El avance alcanzado en la fase de evaluación frente a la fase de exploración es notorio, lo que demuestra que las herramientas aplicadas para la mejora en los procesos de aprendizaje de los estudiantes dieron resultados positivos en algunos indicadores.
- Al identificar previamente las dificultades de los estudiantes se pueden diseñar procesos de intervención más efectivos, es decir se direccionan a superar dificultades ya conocidas y no a supuestos.

Los estudiantes presentan mayor dificultad en conceptos los como simplificación, amplificación y mínimo común múltiplo; esto debido a la falta de fundamentación conceptual o vacíos en sus saberes.

- Un considerable número de los estudiantes presentan dificultades en las transformaciones de tratamiento, siendo muy frecuente que sumen numeradores y denominadores entre sí, confundiendo los algoritmos de la suma y multiplicación de fracciones. De acuerdo con Ríos (2007), las dificultades en el aprendizaje del concepto fracción se debe, en parte, a las diversas representaciones que tiene este concepto. Esto debido a que los estudiantes tienden a mecanizar conceptos que no han sido adquiridos en forma adecuada.
- Las actividades realizadas resultaron de gran utilidad porque permiten identificar las dificultades y los aciertos que presentan los estudiantes en relación con el aprendizaje del concepto de fracción en cuanto al tratamiento y la conversión. De esta manera es posible iniciar la búsqueda de nuevas estrategias para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- En los estudiantes se evidencian dificultades en el tratamiento al aplicar el algoritmo de la suma de fracciones; esto debido a su tendencia hacia la ejecución mecánica de reglas sobre las cuales no se ha hecho una adecuada reflexión según Palarea, Ruano & Socas, (2008) los errores aparecen en los estudiantes cuando es obligado a enfrentar conocimientos nuevos, que los obliguen a hacer una revisión o a reestructurar lo que ya conocen.
- Adoptar la investigación como una estrategia en el proceso de enseñanza de los conceptos matemáticos, es fundamental para evitar que el estudiante acumule cierta cantidad de datos en forma memorística, y en cambio pueda construir en forma activa su propio conocimiento a partir de la interacción con sus conocimientos previos y las nuevas informaciones que va adquiriendo durante el proceso.
- Al identificar las dificultades se hace más fácil intervenir en ella y esto permite proponer cambios significativos en los procesos de enseñanza aprendizaje por los docentes del área.
- En este tipo de investigaciones no solo se mejora el aprendizaje de los estudiantes en un objeto matemático en particular, sino que además facilita mejores procesos en la enseñanza. Es decir, atiende a procesos didácticos en las matemáticas y conlleva a cambios significativos en el aula.

Referencias bibliográficas

- Abrate, R.; Pochulu, M. & Vargas, J. (2006). Errores y dificultades en Matemática: Análisis de causas y sugerencias de trabajo. Villa María. Universidad nacional de villa maría.
- Campbell, D. T. & Fiske, D. W. (1959): "Convergent and discriminant validation by multitrait-multimethod matrix" *Psychological Bulletin*. N. 56. Pp. 81-105.
- Duval, R. (1998): Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En: F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa II*, 173– 201. Grupo Editorial Iberoamérica, México, D. F.
- Duval, R (1999) "Semiosis y pensamiento humano. Universidad del Valle, Grupo de Educación Matemática, 1999.
- Duval, R. (2004). Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas. Cali: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía.
- Escobar, G. (2016). Las Actividades Cognitivas de Tratamiento y Conversión de las Representaciones Semióticas en la Resolución de Problemas Contextuales Relacionados con el concepto de función cuadrática. Universidad Autónoma de Manizales Departamento de Educación Maestría en Enseñanza de las Ciencias (Tesis de maestría) Manizales Facultad de educación.
- Goetz, J. y Lecompte M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Ediciones Morata. Madrid.
- Gutiérrez, S., & Parada, D. (2007). Caracterización de tratamientos y conversiones: El caso de la función afín en el marco de las aplicaciones (Tesis de Maestría). Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia
- Llinares, S., & Sánchez, V. (1997). Aprender a enseñar, modos de representación y número racional.
- Marín, J. (2017) caracterización de tratamientos, sentidos y significados en situaciones de la fracción como medida en docentes de básica primaria (tesis de maestría) Universidad de Caldas.
- Morales, R. (2014) Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales. Universidad Autónoma de Manizales. Naturales. En: *Evolución conceptual multidimensional. Aplicación al concepto de respiración*. Universidad Autónoma de Barcelona.
- Moreno, M. (2000). *Introducción a la metodología de la investigación educativa II*. México D.F: Editorial Progreso, S.A
- Murillo, Alexander; Ceballos, Leonardo (2014). Las prácticas de enseñanza empleadas por docentes de matemáticas y su relación con la resolución de problemas mediados por fracciones. En Gallego, Adriana P.(Ed.), *Revista Científica* (pp. 253-257). Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas
- Palarea, M. M., Ruano, R. M. & Socas, M. M. &. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. *PNA 2* (2),61-74.
- Ríos, Y. (2007). Ingeniería Didáctica sobre fracciones. Universidad de Zulia, Maracaibo. Venezuela. *Revista Redalyc*, 13(2), pp.120-157. Recuperado de <http://www.redalyc.org>
- Ruiz, C. (2013). La fracción como relación parte - todo y como cociente: Propuesta didáctica para el colegio Los Alpes IED. (Tesis para obtener el grado de magister en enseñanza de las ciencias exactas). Universidad Nacional de Colombia. Bogota, Colombia. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/40057/1/01186860.2013.pdf>
- Tamayo, A.O.E (1999) El proyecto de investigación - Universidad de San Buenaventura Cali.
- Tamayo, A. O. E. (2001). Metacognición y motivación en el aprendizaje de las ciencias
- Vasco, C. E. (1994) Archipiélago Fraccionario. Lineamientos curriculares
- Zambrano, G. (2008). Preguntas cognitivas y metacognitivas en el aprendizaje y la generación de estrategias de resolución de problemas matemáticos. *Revista Inventum N° 4 Facultad de Ingeniería Uniminuto*. Núm 4, pp. 25 – 50. Recuperado de: <http://biblioteca.uniminuto.edu/ojs/index.php/Inventum/article/viewFile/74/73>