

METODOLOGÍA PÓLYA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON NÚMEROS RACIONALES EN GRADO OCTAVO

Ginnet Faisuly Vargas Daza¹

<https://orcid.org/0009-0008-1843-2510>

ginnet.vargas91@gmail.com

**Doctorando en Educación
Instituto Pedagógico Rural
"Gervasio Rubio" (IPRGR)
Venezuela**

Efraín Rivera Jiménez²

<https://orcid.org/0009-0008-0824-4954>

efrainriverajimenez1@gmail.com

**Doctorando en Educación
Instituto Pedagógico Rural
"Gervasio Rubio" (IPRGR)
Venezuela**

John Alexander Murcia Alzate³

<https://orcid.org/0009-0000-6840-5811>

jmurciaindustrial@gmail.com

**Doctorando en Educación
Instituto Pedagógico Rural
"Gervasio Rubio" (IPRGR)
Venezuela**

Recibido: 07/10/2025

Aprobado: 18/11/2025

RESUMEN

El razonamiento cuantitativo es una de las habilidades más utilizadas por el ser humano para resolver problemas. Esta investigación proporciona una alternativa pedagógica para fortalecer las habilidades del pensamiento matemático en estudiantes de grado octavo al momento de articular las propiedades de los números racionales con sus aplicaciones en situaciones cotidianas. Además, presenta una herramienta didáctica, dirigida a docentes, cuyo objetivo es potencializar los conocimientos aritméticos y competencias matemáticas de sus

¹ Docente de matemáticas en el Colegio COFREM de Villavicencio, Meta Colombia. Magister en Didáctica de la Matemática en Educación Secundaria y Bachillerato (Universidad Internacional de la Rioja, UNIR). Doctorando en educación UPEL – IPRGR Contacto: ginnet.vargas91@gmail.com

² Docente de matemáticas en la I.E.D. Pablo VI, Sopó, Cundinamarca, Colombia. Magister en Didáctica de la Matemática en Educación Secundaria y Bachillerato (U. Internacional de La Rioja, UNIR). Doctorando en educación UPEL – IPRGR Contacto: efrainriverajimenez1@gmail.com

³ Docente de Matemáticas en la I.E Riosucio, Caldas, Colombia. Especialista en pedagogía (U. de Caldas) y Magíster en Didáctica (U. Internacional de la Rioja, UNIR). Doctorando en educación UPEL – IPRGR Contacto: jmurciaindustrial@gmail.com

estudiantes en este conjunto numérico. Esta investigación se enmarca en un enfoque cualitativo bajo el método de investigación - acción. Para ello, se diseñaron once unidades didácticas orientadas al fortalecimiento de los contenidos curriculares relacionados con los números racionales, sus operaciones básicas, y la resolución de problemas. Para la implementación de estas unidades, se adoptó la metodología de George Pólya, tomando como eje fundamental el dominio de las operaciones básicas y los pasos planteados por el autor. Esta propuesta didáctica se estructuró de manera secuencial, iniciando con una prueba diagnóstica, seguida de clases estructuradas para la consecución de aprendizajes significativos mediados por el diálogo, la gamificación, la lectura, aplicaciones en aritmética y resolución de problemas, y finalizando con la aplicación de una evaluación por competencias. Esta propuesta didáctica surgió a partir de la experiencia docente y la necesidad de aportar a la calidad educativa, frente a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de grado octavo. Finalmente se presentaron las conclusiones derivadas de la implementación de las unidades didácticas, así mismo con las posibles líneas de investigación que podrían profundizar en los resultados obtenidos.

Palabras clave: Aritmética, Metodología de Pólya, racionales.

POLYA METHODOLOGY FOR PROBLEM SOLVING WITH RATIONAL NUMBERS IN THE EIGHTH GRADE

ABSTRACT

Quantitative reasoning is one of the most widely used problem-solving skills. This research provides a pedagogical alternative to strengthen the mathematical thinking skills of eighth-grade students when articulating the properties of rational numbers and their applications in everyday situations. It also presents a teaching tool, aimed at teachers, aimed at enhancing their students' arithmetic knowledge and mathematical skills in this numerical set. This research is framed within a qualitative approach under the action research method. To this end, eleven teaching units were designed to strengthen curricular content related to rational numbers, their basic operations, and problem-solving. To implement these units, George Pólya's methodology was adopted, focusing on mastery of basic operations and the steps proposed by the author. This teaching proposal was structured sequentially, beginning with a diagnostic test, followed by structured classes aimed at achieving meaningful learning through dialogue, gamification, reading, applications in arithmetic and problem-solving, and concluding with a competency-based assessment. This teaching proposal arose from teaching experience and the need to contribute to educational quality in the teaching and learning processes of mathematics for

eighth-grade students. Finally, the conclusions derived from the implementation of the teaching units were presented, as well as possible lines of research that could deepen the results obtained.

Keywords: Arithmetic, Pólya's Methodology, Rationals.

INTRODUCCIÓN

La siguiente investigación se enfocó en la implementación de la resolución de situaciones problema empleando los procesos aritméticos con las operaciones básicas entre números racionales, correspondientes a las temáticas y competencias (saber, saber ser, saber estar y saber hacer) que se abordan durante el año escolar en el área de matemáticas. Esto con el fin de, permitir que el alumnado afronte los contenidos y problemas que se presentan en el componente disciplinar de una forma clara y sencilla para resolver situaciones de mayor complejidad.

Las dificultades que surgen dentro del proceso de enseñanza de las matemáticas hacen que incremente la aversión hacia el aprendizaje de esta disciplina. Numerosos estudios muestran que hay una gran dificultad en matemáticas a nivel de educación básica, media y superior, en el que el denominador común es el distanciamiento entre la teoría y la práctica, haciendo que haya una desconexión entre el conocimiento y lo cotidiano, impidiendo que se desarrollen las ideas y los conceptos en el aula de clase. A esta situación, se suma que, hay una baja fundamentación en la aritmética y más aún en los números racionales que es recurrente durante la educación básica y media. Si bien es cierto, desde primaria se aborda este conjunto numérico a partir de sus diferentes representaciones y contextos; sin embargo, el dominio de este conjunto se ve obstaculizado por los errores y vacíos conceptuales que presentan las y los estudiantes durante su proceso de aprendizaje.

Es por ello, que se ha construido esta propuesta didáctica para presentar una alternativa que mitigue y ayude a superar las dificultades que afrontan las y los estudiantes de grado octavo. De igual manera se expondrán los resultados al implementar esta propuesta

teniendo en cuenta el contexto de los estudiantes que en gran medida se caracteriza por actitudes de desinterés y apatía, así como poco dominio de los contenidos. Por esta razón, se implementa la metodología de Pólya como una estrategia para contrarrestar los errores conceptuales, y fortalecer el razonamiento argumentativo e interpretativo que se requiere aplicar empleando los conceptos matemáticos.

Introducir adecuadamente un conjunto de conocimientos para el desarrollo de una situación problema, aplicando correctamente los procesos aritméticos, se ha convertido en un reto periódico para el proceso de enseñanza. Se ha evidenciado que aun cuando los estudiantes han aprobado el plan de estudios de los años anteriores, persisten serios errores epistemológicos relacionados con la definición, comparación, interpretación y aplicación de propiedades y operaciones básicas de los números racionales; sin tener en cuenta que aparecen constantemente errores y dificultades aritméticas para el desarrollo apropiado de situaciones problema, lo que ocasiona que el aprendizaje se vea afectado de manera directa en la adquisición de competencias básicas y bajos resultados académicos. Estos errores, se presentan desde diferentes enfoques, bien sea motivacionales o por la naturaleza misma de las matemáticas. Según Socas (1997, p. 22), el error debe ser considerado como una representación cognitiva inadecuada y no como el resultado de una falta puntual de conocimiento o falta de concentración en el proceso, lo cual indica que el estudiante va elaborando una red compleja de conocimientos que se concretan en la práctica y posteriormente se convierte en un obstáculo para un aprendizaje.

En los procesos de enseñanza se ha detectado la necesidad de implementar estrategias pedagógicas que permitan transformar los procesos de aprendizaje inadecuados y

las dificultades en una oportunidad para mejorar y desarrollar las competencias matemáticas. Se ha evidenciado que, establecer una sola estrategia limita el desarrollo cognitivo del alumnado de manera significativa, lo que puede agravar los errores concebidos durante la primaria y potencializados en la básica secundaria; lo anteriormente expuesto se ha observado fuertemente en las y los estudiantes de grado octavo, donde persisten las dificultades aritméticas relacionadas con el proceso de adición y sustracción de fracciones heterogéneas, homogéneas, mixtas y decimal; confusión entre el proceso de multiplicación y división entre fracciones o decimales, omisión del signo en el momento de ejecutar las operaciones, inconsistencias entre el desarrollo y solución de situaciones problemas. Miguel De Guzmán (1997, p. 5), afirma que la sociedad no le brinda suficiente visibilidad a la matemática, y esto es evidente en cuanto a que al alumno se le dificulta resolver un problema de su cotidianidad a pesar de conocer los algoritmos que se requieren, ya que considera la realidad aislada de conocimiento matemático.

Por lo anterior, se propuso el diseño de una unidad didáctica dirigida a fortalecer las propiedades y operaciones con los números racionales aplicado en la resolución de problemas. Esta elección se debe a la experiencia docente en la cual se ha podido evidenciar dificultades al momento de articular los procesos aritméticos dentro del desarrollo de los problemas, observando poco dominio en los procesos con operaciones básicas o en su defecto la baja comprensión de la estructura del problema y la falta de iniciativa para idear una estrategia para la obtención los resultados.

Con el fin de mitigar la dificultades nombradas anteriormente, se proponen 6 actividades dirigidas a las y los estudiantes de grado octavo distribuidas en 11 sesiones, en donde se

emplea la metodología de Pólya para la resolución de situaciones problema, con los pasos sugeridos por el autor: entender el problema, idear y ejecutar un plan, inspeccionar procesos y verificar los resultados; en particular se hace énfasis en el dominio de los procesos aritméticos en las operaciones básicas con los números racionales, retomando algunos pre saberes, identificando errores procedimentales, estimando resultados aritméticos y finalmente articulando los conocimientos adquiridos en la solución de situaciones problema.

Para ello, se propone como objetivo general implementar la metodología de Pólya para propiciar un aprendizaje matemático significativo del concepto de racional, haciendo énfasis en su aritmética y aplicación a situaciones-problema en el contexto escolar de las y los estudiantes de grado octavo.

Para la consecución del objetivo general se ha planteado como objetivos específicos: primero, diseñar una prueba diagnóstica dirigida a las y los estudiantes de octavo, para detectar fortalezas y debilidades en las operaciones con números racionales. Segundo, elaborar actividades que permitan identificar el nivel de competencias matemáticas en la dimensión de resolución de problemas con operaciones básicas de los números racionales antes y después de aplicar el método Pólya en los y las estudiantes de octavo. Tercero, proporcionar un marco metodológico basado en el método de Pólya que permita a la comunidad docente reproducir este proyecto en otros centros educativos. Cuarto, elaborar una secuencia didáctica basada en la metodología Pólya para trabajar las operaciones básicas con los números racionales. Y quinto, promover el aprendizaje dialógico y el desarrollo de habilidades lógico matemático en los y las estudiantes de grado octavo, empleando el método de Pólya para la resolución de problemas con operaciones básicas en números racionales.

En toda investigación el referente teórico es un elemento crucial, pues proporciona bases teóricas para las decisiones metodológicas y pedagógicas tomadas. En este análisis, su relevancia reside en proporcionar el respaldo que sustenta la selección de la solución de problemas como táctica pedagógica fundamental. Mediante el enfoque sugerido por George Pólya, se establece una metodología que no solo fomenta la resolución de problemas matemáticos, sino que también fomenta el razonamiento crítico, la creatividad y la independencia en el proceso de aprendizaje. Este marco teórico orienta la acción educativa, potenciando la comprensión de los alumnos acerca de los números racionales a través de procesos lógicos, secuenciales y de reflexión.

La resolución de problemas hace parte de la naturaleza humana para adaptarse a su medio. Su éxito depende de probar diferentes caminos para llegar al resultado de manera eficiente. De ahí, se propone como estrategia pedagógica el método de resolución de problemas de George Pólya; quien se refiere a solución de problemas como:

Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo". (1981, p.7).

Esta metodología brinda una herramienta de aprendizaje al estudiante, que le permitirá resolver una situación, a partir de la elaboración y ejecución de un plan, siguiendo una secuencia. Para ello, se han considerado los pasos descritos por Meneses y Peñaloza (2019, p. 14) en su artículo de investigación los cuales se sintetizan a continuación:

El paso uno "entender el problema" consiste en establecer los datos que brinda el problema, determinar la incógnita o realizar un esquema de la situación si es necesario. Es

importante que en este primer paso identifique si en el problema se encuentran los datos necesarios para solucionarlo y si existe alguna información irrelevante para descartarla. El segundo paso, denominado “elaborar un plan” considera la elaboración una estrategia que permita establecer la operación o ecuación necesaria para resolver el problema. Hay que considerar que el sujeto puede tomar diferentes caminos para llegar a la solución; sin embargo, es autonomía de quien resuelve, seleccionar la estrategia que mejor se ajuste a sus necesidades y habilidades. En este paso, el docente puede dar una orientación a través de la formulación de preguntas que permitan el acercamiento al problema. Se puede considerar como estrategias: tanteo y error, resolver un problema similar más sencillo, hacer un diagrama, dibujo, y/o hacer una lista. Como tercer paso, “ejecutar un plan” Pólya sugiere que para ejecutar el plan se requiere de un tiempo proporcionado para desarrollar su idea, donde el profesor puede orientar el proceso con las preguntas: *¿Puedes establecer cuál es el paso es incorrecto? ¿Puedes demostrarlo?* Finalmente, en el paso cuatro “mirar hacia atrás” se debe verificar el proceso determinando si se ha cometido algún error. El docente puede plantear las siguientes preguntas: *¿La solución es correcta? ¿La respuesta cumple el objetivo de la situación problema? ¿Puedes aplicar la respuesta en otros contextos?*

Sará y Campo (2024, p. 45) aclaran que el docente tiene la responsabilidad de comprender y hacer comprender que llegar al resultado de un problema no indica que se haya completado todas las fases del método de Pólya. Esto significa que el paso cuatro se debe realizar efectivamente e impedir que los estudiantes lo salten apresuradamente. De hecho, la verificación de las operaciones realizadas y el razonamiento aplicado tiende a pasarse por alto, por lo que la intervención del docente es indispensable.



Por otra parte, en la enseñanza de la matemática es crucial para el docente la identificación de errores, pues permite definir estrategias previas y acciones para corregir en el proceso. Según Ríos y Asprilla (2022, p. 90) este ejercicio permite reconocer modos de pensar y modos de comprender el objeto de estudio, y a su vez el docente podrá utilizar esta información para mejorar con su actividad mediadora la resolución de problemas. Cabe resaltar que en el estudio de los errores de aprendizaje se aborda dos representaciones de números racionales: una como fracción y otra como decimal. De acuerdo con los trabajos de Egodawatte (2011), Godino (2004), Chamorro (2003) y Llinares y Sánchez (1997), los errores sobre los números racionales se categorizan como figuran en la siguiente tabla:

Tabla 1

Tipos y subtipos de errores en el aprendizaje de números fraccionarios

TIPOS DE ERROR	SUBTIPOS DE ERROR
Distracción o descuido	
	Simplificación incompleta
Desconocimiento	Operación con números enteros
	Jerarquía de las operaciones
Defecto en la comprensión del concepto de fracción	Aplica la propiedad conmutativa en las operaciones aritméticas
	Orden de las fracciones
	Comparación cualitativa entre números reales

TIPOS DE ERROR	SUBTIPOS DE ERROR
	incorrectas
	Extrapolar el cálculo de los naturales a las fracciones
	Equivalencias entre fracciones
	Transformaciones de fracciones mixtas en fracciones impropias
	Sobresimplificación o dividir por términos diferentes en el numerador y denominador
	Error algorítmico en la suma
Aplicación sistemática de errores aritméticos	Omisión del signo en el proceso aritmético
	Error algorítmico en la multiplicación
	Multiplicación o división errónea
	Aplicación incorrecta de las propiedades de la potenciación.

Fuente: Ajustado según Egodawatte (2011), Godino (2004), Chamorro (2003) y Llinares y Sánchez (1997).

Es importante identificar los aspectos relacionados con la noción de número decimal. Para González y Fernández (2024, p. 135) uno de los errores que predomina en estudiantes de primaria y secundaria en cuanto al uso de números decimales está relacionado con la comprensión del separador decimal, ya que hay quienes consideran que a una mayor cantidad



de dígitos en un número decimal este será más grande. La comparación entre cantidades decimales puede ser algo sencillo para algunas personas, pero al efectuar operaciones aritméticas se encuentra que no hay una conexión entre lo aprendido en la aritmética de los números naturales y su aplicación a las operaciones con cantidades decimales.

De manera general, se puede establecer las siguientes causas de los errores y obstáculos que manifiestan los alumnos y las alumnas a la hora de trabajar con números decimales (Centeno, 1988):

- “(1) Conocimiento escaso de las reglas de numeración decimal.
- (2) Conocimiento apto de los naturales, pero resistente al cambio de estatus.
- (3) La forma en que se han presentado los decimales por parte del docente.
- (4) Teoremas implícitos que fabrican las estudiantes y los estudiantes.”

Según Centeno los errores giran en torno a:

Tabla 2

Tipo de errores en el aprendizaje de números decimales

TIPOS DE ERROR	SUBTIPOS DE ERROR
Relacionados con la escritura y lectura de los números decimales.	Error con respecto al valor posicional. Errores relacionados con el cero. Errores relacionados con el orden

entre decimales.

Errores relacionados con las
operaciones.

Fuente: Centeno (1998).

A lo largo de historia se ha buscado la manera de transmitir el conocimiento de forma práctica y didáctica en todas las áreas del conocimiento, la naturaleza de las matemáticas ha motivado al hombre a recurrir en diferentes metodologías que permitan el desarrollo de competencias lógico- matemáticas. Por esta razón se citan algunas investigaciones realizadas por autores interesados en el mejoramiento del aprendizaje de los números racionales.

En la propuesta de intervención de Álvarez (2017) titulada “*Diseño de una unidad didáctica para el aprendizaje cooperativo de números racionales en 2º de la ESO*”, presenta una unidad didáctica basada en el aprendizaje cooperativo, reconoce la dificultad del aprendizaje de los números racionales como una alternativa al mejoramiento de la calidad educativa en la comunidad donde fue aplicada la propuesta de trabajo.

Como se ha venido diciendo, el estudio muestra una necesidad de enfocar el desarrollo de habilidades numéricas con las operaciones aritméticas de los números racionales de tal manera que le permitan solucionar situaciones problemas empleando la metodología de Pólya. Esto aportará o potencializará las competencias básicas requeridas en este conjunto numérico.

Es importante tener en cuenta la población hacia la que se encuentra dirigida la propuesta. Tal como está establecido en el currículo de grado octavo los contenidos y competencias con este conjunto numérico están definidos en el componente numérico, pero

aun así, el bajo desempeño académico dentro de la población es alto y las dificultades con los racionales se evidencian con fuerza a medida que se avanza en las aplicaciones, lo que implica que los y las estudiantes avanzan con múltiples errores que resultan ser efectivos, hasta el momento en que ya no son válidos.

Para tratar de forma adecuada el fenómeno educativo en investigación, se requirió implementar una metodología acorde con los objetivos de la investigación. En este contexto, la selección de métodos no solo guía el proceso de recopilación y estudio de la información, sino que también establece el enfoque desde el que se interpreta la realidad educativa. Por lo tanto, se eligió un enfoque cualitativo, que facilita la interpretación detallada de las dinámicas de enseñanza y aprendizaje, y un método que promueve la modificación del contexto mediante la implicación activa de los participantes involucrados. Esta elección se basa en la necesidad de implementar estrategias pedagógicas innovadoras, como la gamificación y el aprendizaje cooperativo, con el fin de potenciar la comprensión de los números racionales desde un enfoque crítico y reflexivo.

Esta investigación se desarrolló bajo la perspectiva del enfoque cualitativo, ya que no se limita a explicar los resultados, sino también a dar una interpretación objetiva de la misma. Para Sandín (2013, p.123) este tipo de investigación es “una actividad sistemática orientada a la comprensión del fenómeno educativo y la transformación de los escenarios socioeducativos”. Es por esto que, la investigación pretende integrar estrategias de aprendizaje como el aprendizaje colaborativo y la gamificación para mejorar la comprensión de los números racionales y su aplicación en la resolución de problemas.

El método empleado en esta investigación es la acción participativa (IAP).

fundamentada en la metodología propuesta por George Pólya, ya que las IAP busca transformar sociedades, grupos, muestras, organizaciones, etc., con el fin de fortalecer los diversos procesos para mejorar la calidad de vida, Bernal (2016, pp. 61 - 64) y por otro lado Pólya tiene como objetivo fortalecer las habilidades de pensamiento matemático en los estudiantes mediante un aprendizaje colaborativo y reflexivo.

La organización de las sesiones se estructuró de la siguiente manera: aprendizaje colaborativo, metodología de Pólya y gamificación. A lo largo de la investigación, se complementaron estas estrategias metodológicas con el aprendizaje basado en el diálogo, facilitando la interacción constante entre docentes y estudiantes. Estas estrategias permitieron identificar errores y aciertos en el manejo de los números racionales, orientar adecuadamente la aplicación de los pasos de Pólya y mejorar la capacidad de análisis e interpretación en la resolución de problemas.

En cuanto a la investigación, se consideró de tipo descriptivo-explicativo ya que se tiene como objetivo realizar la descripción de las contribuciones e influencias que se obtuvieron a partir de la secuencia didáctica como objeto de análisis, y de igual manera establecer los efectos de la implementación didáctica del método de Pólya, en el grupo de estudio.

Bernal (2016, pp. 160- 190) establece que los informantes clave son un conjunto de sujetos que tienen algunas características semejantes entre ellos, sobre el cual se puede realizar algún tipo de alusión o rasgo particular; por lo que, la muestra, es una fracción de la población que es estudiada y del cual se pretende recolectar y analizar la información propuesta en la investigación. Esta propuesta didáctica se aplicó a estudiantes de grado octavo, jóvenes entre los 13 y 15 años de edad, que conforman una comunidad educativa de

carácter privado con aproximadamente 3.000 estudiantes ubicada en la capital del departamento del Meta (Villavicencio). El centro educativo brinda educación de párvulos hasta bachillerato, cuenta con algunos recursos tecnológicos, biblioteca, zonas deportivas, enfermería, soporte pedagógico, sala de sistemas y audiovisuales, la muestra elegida son 34 estudiantes con condiciones económicas favorables. El curso se ha identificado académicamente por tener un carácter crítico frente al conocimiento que se imparte, es participativo e indaga constantemente los procedimientos que se desarrollan durante la solución de ejercicios.

Con base en lo anterior, esta propuesta busca aportar de manera significativa a la formación integral de los y las estudiantes, pues dentro de las características de la metodología de Pólya se destaca su estructura rigurosa, visualización de un plan, toma de decisiones y análisis de los resultados, lo que incentiva en el estudiante un carácter crítico y autónomo fomentando las buenas prácticas dentro y fuera del aula.

Para esta investigación se emplearon como instrumentos de recolección de información la observación participante, grupo focal y las pruebas escritas (cuestionarios). La observación participante la realizó uno de los autores de este artículo, tomando como grupo focal 34 estudiantes de grado octavo del Colegio Cofrem de Villavicencio. A los estudiantes escogidos dentro del proceso se le aplicó al inicio una prueba diagnóstica para establecer las competencias de pensamiento matemático relacionadas con los números racionales. Luego, para el cierre de la unidad se aplicó una prueba pos test con el fin de evaluar el impacto pedagógico de las secuencias didácticas y establecer los resultados obtenidos en esta investigación.

Para el desarrollo de esta de investigación, se optó por aplicar en primera instancia una prueba diagnóstica a los 34 estudiantes del grado octavo en forma de cuestionario, esta prueba se estructuró en 8 preguntas de selección múltiple con única respuesta correcta, enfocada en diversas competencias de pensamiento matemático (numérico, algebraico, espacial, métrico y geométrico) relacionado con los números racionales y articulados con el MEN. Mediante esta prueba inicial permitió identificar aspectos deficientes en las competencias anteriormente descritas, para lo cual se seleccionaron preguntas de cuadernillos de pruebas saber grado noveno (9) del año 2022, 2023 y 2024, el cual se ajustó en el documento, de acuerdo al nivel y para ser aplicadas mediante formulario Google a los estudiantes.

Con base en lo descrito, cabe resaltar que esta prueba es fundamental dentro del proceso de análisis cualitativo, ya que según Bernal (2016) permite conocer las dificultades que se encuentran y en relación con ellas, implementar acciones que den soluciones alternativas, innovadoras y efectivas frente la dicha problemática identificada.

En cuanto a la técnica de análisis de los resultados de la prueba inicial se creó una matriz en donde se puedan contemplar los objetivos, el tipo de pensamiento, las categorías y los descriptores, teniendo en cuenta las competencias y los estándares curriculares relacionados con las competencias matemáticas y a su vez aplicar la metodología de Pólya. Sin embargo, el desarrollo de esta primera fase permitió develar el objetivo específico relacionado con identificar los aspectos de bajo desempeño en las competencias matemáticas de la población objeto de estudio del plantel educativo mencionado.

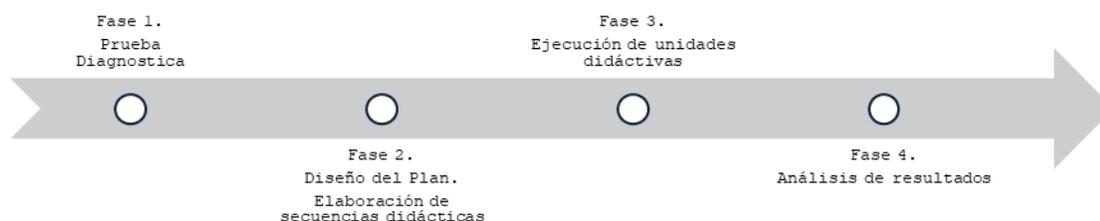
En esta fase se desarrolló una prueba post test con los estudiantes que trabajaron las

unidades didácticas anteriormente descritas, esto con el fin de realizar una comparación de resultados, entre las dos pruebas presentadas y así lograr analizar y describir el impacto que tuvieron el desarrollo de las estrategias pedagógicas aplicadas. En este aspecto, se aplicó la misma prueba se ejecutó en forma de cuestionario con 8 preguntas de selección múltiple con única respuesta correcta, bajo el amparo del cuadernillo de las pruebas saber de grado noveno (9) del año 2022,2023 y 2024, el cual se ajustó al formulario Google.

De la misma forma, para el análisis de los resultados de la prueba final se diseñó una matriz en la cual se pueden contemplar los objetivos, el tipo de pensamiento, las categorías y los descriptores, teniendo en cuenta las competencias y los estándares curriculares relacionados con las competencias matemáticas y a su vez aplicar la metodología de Pólya.

El procedimiento pertinente que se llevó a cabo en esta propuesta se sintetiza con mayor claridad en la figura 2. En este esquema se plantea una secuencia conformada por 4 fases principales para la aplicación del trabajo, en concordancia con el método de investigación acción participativa y las pautas mencionadas por Pólya. Por esta razón, se inicia con una prueba diagnóstica, se diseña un plan, seguidamente se aplica las unidades didácticas y por último se realiza una evaluación del estudio.

Figura 2: *síntesis las fases que se ejecutaron en la propuesta de investigación, basadas en el IAP*



Para las intervenciones didácticas se planteó lo siguiente: en las sesiones 2, 4, 5, 6 y 9 se trabajó el aprendizaje colaborativo organizando a los estudiantes en grupos de 2 o 3 personas con el fin promover habilidades de comunicación y respeto por el otro teniendo en cuenta la diversidad de pensamiento. En las sesiones 6, 7, 10 y 11 se aplicó la metodología de Pólya con los pasos anteriormente descritos. Finalmente, en la sesión 3 se empleó el juego como una estrategia de gamificación con el objetivo de resolver ejercicios aritméticos con números racionales desde una perspectiva lúdica, respetando así su interés, participación y motivación con el tema.

Cabe resaltar que durante el desarrollo de cada unidad se complementó con el aprendizaje por diálogo, siendo de gran importancia permanecer en constante conversación con el estudiante para identificar los errores y aciertos que poseen sobre los números racionales, orientar acertadamente los pasos de Pólya y así poder mejorar la capacidad de análisis e interpretación de situaciones problemas.

Para realizar el análisis de los resultados, se inició con la prueba diagnóstica a los 34 estudiantes de grado octavo. Las preguntas se articularon con los objetivos, temas, categorías y descriptores a partir de las competencias y Derechos Básicos de Aprendizaje de Matemáticas establecidas por el MEN y las habilidades resaltadas por la metodología de Pólya, tal como se muestra en la tabla 3.

Tabla 3

Clasificación de niveles, componentes y habilidades prueba diagnóstica

NIVEL DE DESEMPEÑO	PREGUNTAS	REFERENCIA DEL COMPONENTE	HABILIDAD DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO
Insuficiente	0	Identifica	
Mínimo	1,2,4,7	Comprende	Pensamiento numérico. Pensamiento métrico
Satisfactorio	3,5	Analiza	Pensamiento variacional y de sistemas algebraicos. Pensamiento numérico
Avanzado	6,8	Evalúa	Pensamiento variacional y de sistemas algebraicos

REPORTE DE INVESTIGACIÓN

Pensamiento
espacial y geométrico.

La prueba diagnóstica aplicada inicialmente, fue estructurada y organizada en torno a los componentes del pensamiento matemático dentro de los pensamientos numéricos, métricos, variacional, espacial y geométrico, por lo tanto, se puede establecer en términos generales, que esta prueba se encuentra en concordancia con los derechos básicos de aprendizaje y lineamientos curriculares establecido por el MEN en grado octavo. Esta prueba clasifica las preguntas en cuatro niveles de desempeño que son: insuficiente, mínimo, satisfactorio y avanzado, de acuerdo con los componentes anteriormente descritos y acorde a las respuestas obtenidas.

Para dar rigurosidad a la investigación y realizar la interpretación y análisis de datos se empleó el método estadístico - descriptivo para tabular de manera simplificada los resultados obtenidos según el número de respuestas correctas en relación a las respuestas que fueron incorrectas, junto con su respectiva ponderación porcentual de tal manera que lograra establecer una comparación de respuestas correctas sobre el número de estudiantes en términos del 100%, para realizar el análisis respectivo y a la vez proceder a clasificarlos de acuerdo a los componentes identifica, comprende, analiza y evalúa , estos resultados se encuentran evidenciados en la tabla 4.

Tabla 4

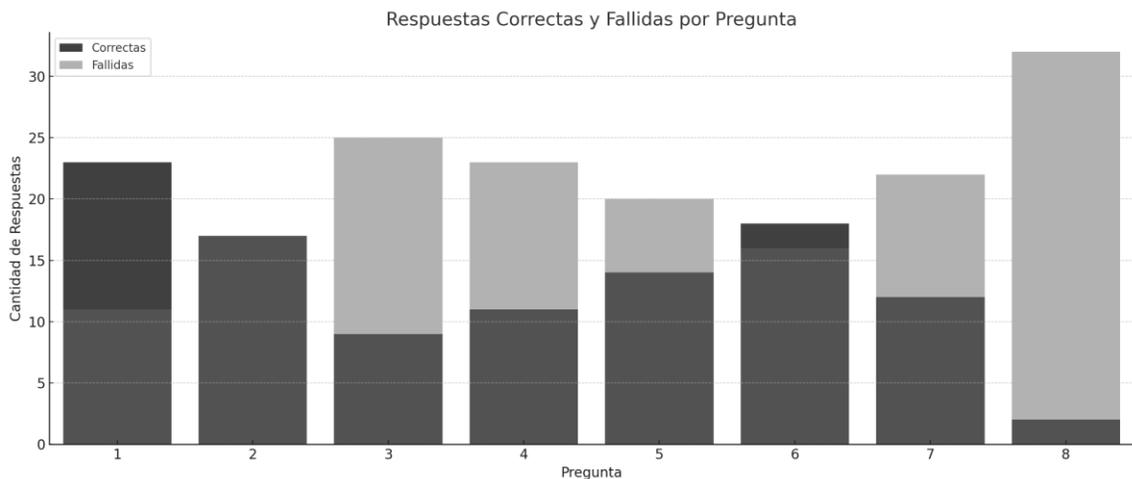
Resultados y porcentajes por respuestas de las preguntas prueba diagnóstica.

PREGUNTAS	RESPUESTAS	RESPUESTAS		REPERSENTACION PORCENTUAL	
		CORRECTAS	FALLIDAS	CORRECTAS	FALLIDAS
1	A	23	11	68%	32%
2	B	17	17	50%	50%
3	D	9	25	26%	74%
4	B	11	23	32%	68%
5	A	14	20	41%	59%
6	D	18	16	53%	47%
7	B	12	22	35%	65%
8	D	2	32	6%	94%

Considerando los resultados anteriores se puede evidenciar desde una perspectiva

cuantitativa, que las fortalezas que presentan los estudiantes en la pregunta 1 con 23 respuestas correctas, correspondiendo a un porcentaje 67.65%. A nivel cualitativo esto refleja claridad en el enunciado y dominio conceptual. En segunda instancia encontramos las preguntas 6 y 2 con un porcentaje del 53% y 50% lo que indica posiblemente el reconocimiento del concepto, pero con algún error procedimental. Por otro lado, las preguntas 4,5 y 6, que no superan el 50% de respuestas correctas, se pueden asociar con el reconocimiento del concepto, pero los estudiantes no plantean ni desarrollar adecuadamente el concepto abordado, finalmente las preguntas 3 y la 8, con porcentajes de acierto inferiores al 10%, indican una alta dificultad. Es recomendable revisar la formulación de estas preguntas para fortalecer los temas asociados a través de estrategias pedagógicas motivadoras y prácticas contextualizadas.

Figura 3. Respuestas correctas y fallidas por pregunta



A partir de las ponderaciones obtenidas de las respuestas correctas e incorrectas se procede a utilizar el método estadístico de media aritmética, para categorizar las preguntas de

la prueba diagnóstica de acuerdo con los parámetros establecidos en la tabla 3. A partir de allí se obtuvo la información detallada en la tabla 5.

Teniendo en cuenta los resultados se evidencia que el promedio de respuestas correctas es bajo en cada uno de los componentes y pensamientos matemáticos, en donde los estudiantes han obtenido menos del 50% con respecto al porcentaje de preguntas fallidas, esto indica que existen dificultades considerables relacionados con los números racionales en sus diversos contextos. Lo cual indica un bajo índice interpretativo, argumentativo y proposicional en este conjunto numérico (ver figura 4).

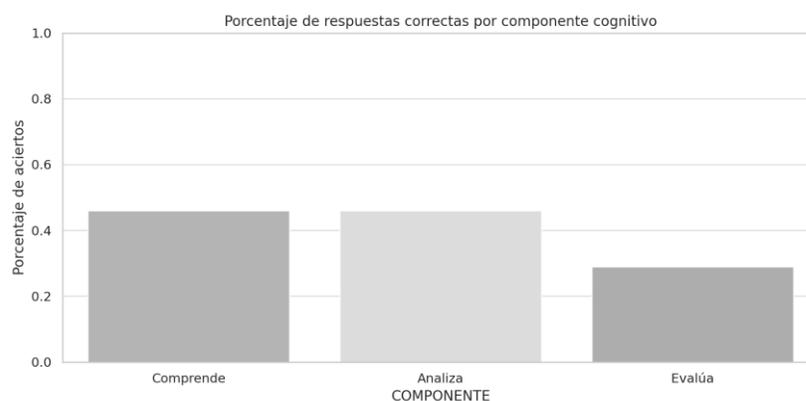
Tabla 5

Promedios aritméticos de los porcentajes por preguntas de la prueba diagnóstica

PRE GUNTA	COMPO NENTE	PENSAMIENTO	PORCENTAJE	
			CORRE CTAS	FA LLIDAS
1,2, 4,7	Compre nde	Pensamiento numérico	46%	54 %
3,5	Analiza	Pensamiento métrico Pensamiento variacion al y de sistemas algebraicos	46%	66 %
6,8	Evalúa	Pensamiento numérico	29%	71 %

Figura 4.

Desempeño por Componente Cognitivo



En la figura 4 se puede establecer que los componentes “Comprende” y “Analiza” presentan un mejor desempeño con un 46%, esto indica que los estudiantes tienen mayor facilidad en tareas de comprensión básica, lo que implica que las competencias relacionadas a identificar, reconoce y aplicar el concepto de número racional en diferentes contextos tiende a no ser del todo negativo. El componente “Evalúa” muestra el menor rendimiento con un 29%, lo cual sugiere que hay dificultades en pensamiento crítico, metacognición y resolución compleja de problemas, por tanto, es necesario implementar estrategias activas que integren y fomenten el razonamiento y la reflexión matemática, empleando situaciones problemas con retroalimentación explícita y estructurada que conecten los contenidos con situaciones reales o de interés estudiantil.

Por otra parte, se aplicó nuevamente una prueba final denominada pos test con 8 preguntas, la prueba tiene similitud a la prueba diagnóstica con los parámetros establecidos dentro de las competencias básicas para matemáticas, teniendo en cuenta la evaluación de la Prueba Saber 9. Esta prueba clasifica las preguntas en cuatro niveles de desempeño: insuficiente, mínimo, satisfactorio y avanzado, esta a su vez se relacionan con los niveles de comprensión matemática. En ese sentido, se puede observar el planteamiento de la prueba evidenciada en la tabla 6.

Tabla 6

Clasificación de niveles, componentes y habilidades prueba pos test

NIVEL DE DESEMPEÑO	PREGUNTAS	REFERENCIA DEL COMPONENTE	HABILIDAD DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO
Insuficiente	0	Identifica	
Mínimo	1,3,4	Comprende	Pensamiento numérico
Satisfactorio	2,6	Analiza	Pensamiento métrico Pensamiento variacional y de sistemas algebraicos
Avanzado	5,7,8	Evalúa	Pensamiento numérico Pensamiento variacional

al y de sistemas algebraicos

Pensamiento espacial
y geométrico

Siguiendo el mismo análisis empleado en la prueba diagnóstica, se consideró el promedio de respuestas correctas y respuesta fallidas respecto a la totalidad de estas, utilizando la media aritmética para la frecuencia porcentual obtenida en todas las respuestas analizadas de manera individual (Ver tabla 7).

Tabla 7

Resultados y porcentajes por respuestas de preguntas prueba pos test.

PREG UNTAS	RESP UESTAS	RESPUESTAS		REPERSENTACIO N PORCENTUAL	
		CORR ECTAS	FA LLIDAS	CORR ECTAS	FA LLIDAS
1	A	27	6	79%	18 %
2	B	18	16	53%	47 %
3	D	9	25	26%	74 %

REPORTE DE INVESTIGACIÓN

4	B	10	24	29%	71%
5	A	14	20	41%	40%
6	D	12	23	35%	68%
7	B	10	24	29%	71%
8	D	4	30	12%	88%

En la tabla 8 se categoriza por componentes y pensamiento cada grupo de preguntas y se indica el porcentaje promedio de acierto y fallos. Allí se observa que el componente “comprende” y “analiza” alcanzó un acierto de 48% mientras que el “Evalúa” solo alcanzó el 29%.

Tabla 8.

Promedios aritméticos de los porcentajes por preguntas de la prueba pos test.

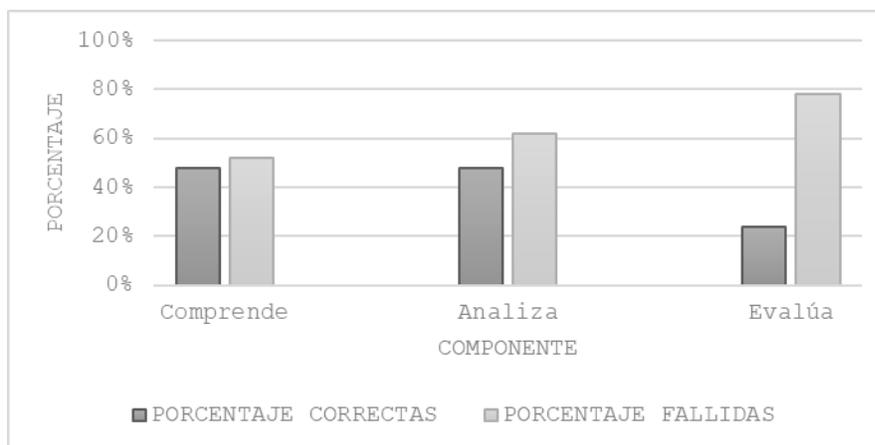
PREGUNTA	COMPONENTE	PENSAMIENTO	PORCENTAJE	
			CORRECTAS	FALLIDAS
1,2,4,7	Comprende	Pensamiento numérico	48%	51%
		Pensamiento métrico		
3,5	Analiza	Pensamiento variacional y de sistemas algebraicos	48%	62%
6,8	Evalúa	Pensamiento numérico	24%	78%

Para el caso de la prueba pos test se evidencia que el promedio de respuestas correctas incrementó levemente en los componentes “comprende” y “analiza”, desarrollando habilidades de pensamiento numérico y métrico, esto indica que los estudiantes, aunque

mejoraron frente a adquisición de conceptos y reconocen procedimientos básicos como analizar, aun presentan dificultades para evaluar con efectividad situaciones problemas, como se detalla en la figura 5.

Figura 5.

Desempeño por Componente Cognitivo



Respecto a estos resultados se puede establecer que las respuestas correctas y fallidas tuvieron una leve mejoría frente a la prueba diagnóstica, aumentado su porcentaje en un 2% aproximadamente los dos primeros componentes comprender y analizar. Para el primer componente se evaluó la capacidad del estudiante para interpretar y comprender conceptos matemáticos básicos relacionados con la aplicación de los números racionales vistos el enfoque parte de un todo y porcentual. Aunque el porcentaje de aciertos fue relativamente equilibrado (48%), los errores (52%) frente a los inicialmente obtenidos del 46% y 54% respectivamente, indican la necesidad de reforzar la comprensión de estos fundamentos en el aula.

Para el componente Analiza, se tomó como criterio de evaluación la capacidad para descomponer un problema, identificar relaciones internas y usar estrategias de manera adecuada. Si bien el porcentaje de respuestas correctas logró disminuir la tasa de fallos del 68% al 66% se observa la necesidad seguir aplicando procedimientos en contextos diversos o complejos, que requieran de la toma de decisiones fundamentadas en contextos los números racionales.

Por último, para el componente evalúa, la cual presentó el desempeño más crítico, con solo un 24% de aciertos respecto al 29% obtenido a la prueba diagnóstica, revela que estas habilidades demandan prácticas cognitivas superiores, como el juicio crítico, la validación de procesos o la justificación de resultados.

Frente a los tipos de pensamiento matemático, se observa una mayor frecuencia en el uso pertinente del pensamiento numérico, pero con una limitada comprensión para aplicar de manera efectiva los procesos aritméticos, lo cual muestra la necesidad de realizar una revisión de presaberes en los estudiantes de grado octavo, frente la estructuración de las operaciones básicas con números enteros y naturales. Aunque en algunos enunciados se observó un desempeño aceptable, en otros fue notablemente bajo. Esto indica que los estudiantes pueden ejecutar operaciones mecánicamente, pero presentan dificultades cuando se requiere comprensión conceptual o razonamiento lógico.

Respecto al pensamiento variacional y de sistemas algebraicos se puede inferir, que, aunque fue el menos abordado en términos de número de preguntas con relación a los demás pensamientos, este pensamiento mostró un rendimiento evidentemente bajo durante las dos pruebas. Esto indica una debilidad en el desarrollo del pensamiento funcional, la comprensión

de relaciones algebraicas y la modelación de situaciones.

Finalmente, para el pensamiento métrico los resultados indican que los estudiantes aunque mejoraron en comprender el uso de unidades de medida, conversión de magnitudes y resolución de problemas relacionados con el espacio, aun presentan una proporción significativa de errores relacionados con los fundamentos operacionales con los conjuntos numéricos anteriormente mencionados (naturales y enteros), esto implica que es necesario abordar claramente estos errores y así trabajarlos con los distintos pensamientos matemáticos para mitigar sus efectos.

A raíz de la comparación de los resultados obtenidos de la prueba diagnóstica y el post test, se evidencia que la muestra de estudiantes de grado octavo, lograron mejorar algunas competencias de pensamiento matemático relacionado con habilidades numéricas y métricas. Es por esta razón que se puede determinar que el plan de trabajo elaborado y ejecutado, a partir de las secuencias didácticas de aprendizaje con el desarrollo de actividades basadas en experiencias pedagógicas, contribuyen a la adquisición de pensamiento matemático. Esto incide positivamente en el desarrollo integral del estudiante, ya sea desde el aspecto académico en el que se mejoró en la apropiación de conceptos, como también en el aspecto emocional, en el que se contribuyó al aumento del criterio, autonomía y confianza.

CONCLUSIONES

El objetivo principal planteado al inicio de esta investigación ha sido *implementar la metodología de Pólya para propiciar un aprendizaje matemático significativo del concepto de racional, haciendo énfasis en su aritmética y aplicación a situaciones-problema en el contexto escolar de las y los estudiantes de grado octavo*. Para analizar el alcance y consecución de este se considera lo siguiente:

Con relación al primer objetivo específico, se ha elaborado un cuestionario en formulario Google en donde se evalúan las diferentes competencias matemáticas para la resolución de situaciones problema en la vida real, de tal manera que permita identificar las fortalezas y debilidades del alumnado en general, así como en particular. En dicho cuestionario se proporciona información vital al docente para planificar las intervenciones en el aula de clase. Esto permitió elaborar estrategias que mitiguen los errores epistemológicos y procedimentales que el alumnado realiza constantemente en este conjunto numérico y establecer una ruta para mejorar las habilidades matemáticas.

En cuanto al segundo objetivo específico, se programó seis (6) actividades que fortalecieron las habilidades para esta competencia, involucrando de manera directa al estudiantado dentro de su proceso de formación académica e integral. Esto brindó al docente una alternativa pedagógica y didáctica para potencializar las destrezas cognitivas en sus

estudiantes.

Respecto al tercer objetivo específico, se ha detallado el proyecto a nivel de contenidos, objetivos didácticos, competencias y actividades. Esto facilitó al docente la aplicación de una estrategia sin necesidad de recursos tecnológicos, ni cantidad de material. Lo que permite replicar esta misma estrategia en otros centros educativos.

Frente al cuarto objetivo específico, se propuso una serie de actividades puntuales donde se aplicaron los pasos del autor en compañía de otras metodologías que enriquecieron el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, de tal manera que se promovió el pensamiento crítico y el pensamiento lógico- matemático. Por lo tanto, la unidad didáctica logró articular los saberes aritméticos que debe adquirir el estudiante y aplicarlo de manera crítica en la solución de situaciones problema.

Sobre el quinto y último objetivo específico, se diseñó una unidad didáctica donde el contacto directo con el alumnado, es una de las estrategias complementarias que permitió realizar un seguimiento oportuno a las competencias adquiridas, reconocer los errores y las dificultades procedimentales e interpretativas de una situación problema, siguiendo el progreso de las habilidades matemáticas y fomentando el espíritu crítico en el alumnado.

Con la consecución de estos objetivos específicos, se han desarrollado una extensa y cuidadosa revisión de marcos teóricos y metodológicos para el diseño del proyecto de innovación, lo que permite afirmar que se ha cumplido con el objetivo principal de este trabajo.

REFERENCIAS

- Álvarez, J. (2017). Diseño de una unidad didáctica para el aprendizaje cooperativo de números racionales en 2° de la ESO. Universidad Internacional de la Rioja (UNIR). [Trabajo de fin de Master]. <https://reunir.unir.net/handle/123456789/4723>
- Arrascue Mezarina, C. G. A. (2020). Planificación de una unidad didáctica en el área de Matemática usando el Método de Pólya para desarrollar las competencias de Resolución de Problemas en los estudiantes de cuarto grado de primaria (tesis de licenciatura).
- Bernal, C. (2016). Metodología de la investigación. Editorial Pearson. Cuarta edición. <https://es.slideshare.net/slideshow/metodologia-de-la-investigacion-4ta-edicion-cesar-a-bernal-freelibros-me-pdf/268810314>
- Borragán, S. (2006). Descubrir, investigar, experimentar: Iniciando a las ciencias. Editorial EGRAF.
- Cano O. Maribel. (abril de 2013). Dificultades de aprendizaje de los contenidos curriculares. Universitat Oberta de Catalunya, 2013: Maribel Cano Ortiz.
- Chicoj Ramos, O. E. (2018). Incidencia De La Metodología Activa En El Aprendizaje De Los Números Racionales En Primero Básico (Tesis De Licenciatura).
- Escobar Astrid y L Boris (2015). El error en el uso de los números racionales e irracionales, como evidencia de obstáculo epistemológico, en estudiantes del grado noveno el 29 de abril de 2021 del sitio web Edu.co: https://repository.udem.edu.co/bitstream/handle/11407/2249/T_MEM_22.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- García Ballesteros, Jacqueline. Aplicación de la estrategia de resolución de problemas en la enseñanza de Física, Química y Matemáticas en la USTA. Hallazgos, vol. 7, núm. 14, julio-diciembre, 2010, pp. 129-148. Universidad Santo Tomás. Bogotá, Colombia. Disponible en <https://www.redalyc.org/pdf/4138/413835202007.pdf>
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355. Recuperado de: https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf
- Gómez, P., Castro, P., Bulla, A., Mora, M. F., & Pinzón, A. (2015). Derechos básicos de aprendizaje en matemáticas: revisión crítica y propuesta de ajuste. *Educación Escolar*, 19(315–338).

- Gómez, P., Castro, P., Bulla, A., Mora, M. F., Pinzón, A. (2016). Derechos básicos de aprendizaje en matemáticas: revisión crítica y propuesta de ajuste. *Educación y Educadores*, 19(3), 315-338. DOI: 10.5294/edu.2016.19.3.1
- González, J. M. y Fernández, C. (2024). Razonamiento de estudiantes en tareas de comparación, ordenación y representación de fracciones y números decimales. *Revista de investigación en Didáctica de la Matemática PNA*, 18(2), pp. 131 – 160. <https://digibug.ugr.es/handle/10481/86871>
- Guzmán Ozámiz, M. D. (1997). Matemáticas y sociedad. Acortando distancias. Números: Revista didáctica de las matemáticas, N° 32, 3-11. <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/matematicas-y-sociedad-acortando-distancias/>
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & del Pilar Baptista Lucio, M. (2014). Metodología de la investigación. Sexta edición. Secretaría de Educación Pública. (2016). Telebachillerato comunitario. Sexto semestre. Metodología de la Investigación.
- Martínez Ruiz, H. (2012). Metodología de la investigación. Ministerio de Educación Nacional. (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje V.2.
- Matemáticas: Ejercicios De Practica 5.Bachilleratoenlinea.com para más información <https://bachilleratoenlinea.com/educar/mod/page/view.php?id=5247>
- Meneses, M. & Peñalosa, D. Y. (2019). Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas. *Zona próxima*, N° 37, 7-25. <http://www.scielo.org.co/pdf/zop/n31/2145-9444-zop-31-8.pdf>
- Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Ortega Diaz, P. I., Natera Llanos, L., & Quintana Pérez, L. C. (2017). Uso Del Método Polya Como Estrategia Metodológica Para La Resolución De Problemas Con Estructuras Multiplicativas En 5° Y Solución De Triángulos Rectángulos En 10°. (Tesis De Maestría).
- Pólya, G. (1954). How to solve it. Princeton, EE.UU.: Princeton University Press
- Purilla, J. L. (2018). El Uso De Estrategia Didáctica Basado En El Método Polya Para La Resolución De Problemas Aritméticos En El Área De Matemática De Los Estudiantes Del Tercer Grado “B” De Educación Secundaria De La Institución Educativa Pública “Nuestra Señora De Las Merced.
- Ramírez, J., Gil, D., Martínez, J. La resolución de problemas de Física y de Química como investigación. Madrid, España: Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia – Corporación.1994
- Reynaldo Hipólito, J. (2016). Aplicación Del Método De George Polya En La Resolución De Problemas Aritméticos En Los Estudiantes Del V Ciclo De La I.E.P. Huacrachuco, 2 016 (Tesis De Maestría).

- Ríos, W. y Asprilla, O. H. (2022). Errores asociados a operaciones aditivas con fracciones: un estudio exploratorio con estudiantes de secundaria. *Revista Boletín REDIPE*, N° 11(11), pp. 86 – 98. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=9993768>
- Sandín, Esteban, M. P. (2003). *Investigación Cualitativa en Educación. Fundamentos y Tradiciones*. Madrid. Mc Graw and Hill Interamericana de España (pp. 258).
- Sará Pérez, E. & Campo, M. A. (2014). El método de Pólya en la resolución de problemas de ecuaciones lineales. *Educación en contexto*. Vol. X, N° 20, julio – diciembre, pp. 39 – 55. <https://educacionencontexto.net/journal/index.php/una/article/view/249>
- Socas, M. M. (1997). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. *Investigación en educación matemática: comunicaciones de los grupos de investigación del XI simposio de la SEIEM*. ISBN 978-84-612-5856-7, págs. 19-52. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2696955>
- Valdivia, T. R., & Gonzales, W. (2014). *Estrategias Metodológicas Para resolver problemas Aritméticos de enunciado verbal en los niños y niñas del 2do Grado “A” De La Institución Educativa N° 54095 “Brisas De Pacucha” 2014*. (Tesis De Especialización).
- Vergel-Ortega, M., Duarte, H., y Martínez-Lozano, J. (2015). Desarrollo del pensamiento matemático en estudiantes de cálculo integral su relación con la planificación docente - Development of mathematical thinking in students of integral calculus its relation with teaching planning. *Revista científica*, 3(23), 17. <https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.rc.2015.23.a2>