

DE EUCLIDES AL MUNDO DIGITAL: LA EVOLUCIÓN DE LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN EL SIGLO XXI

Carlos Andrés Encinales Corrales

ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-3025-9395>

E-mail: selanicne24@gmail.com

Doctorando en Educación
Universidad Pedagógica
Experimental Libertador
(UPEL – Rubio)
Venezuela

Luz Yaneth García Marín

ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-1337-3242>

E-mail: Doctorando en Educación
Universidad Pedagógica
Experimental Libertador
(UPEL – Rubio)
Venezuela

Myrian Aydee Tarazona Sierra

ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-0694-8724>

E-mail: myllor2000@gmail.com

Doctorando en Educación
Universidad Pedagógica Experimental Libertador
(UPEL – Rubio)
Venezuela

Recibido: 06/01/2026

Revisado: 10/02/2026

Aprobado: 12/06/2026

RESUMEN

Este ensayo analiza la evolución de la enseñanza de la geometría a lo largo del último siglo, desde el tradicional método euclidiano hasta la integración de las herramientas digitales en la educación actual. Se explora la influencia de la Educación Matemática Realista, que propone un aprendizaje basado en la resolución de problemas en contextos significativos, contrastándola con la geometría euclidiana y su evolución histórica. Asimismo, se examina el impacto de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en la didáctica de la geometría, incluyendo la realidad virtual y aumentada, y herramientas como MicroMundos y Cinderella. Se argumenta que la integración de las TIC ofrece a los estudiantes una experiencia de aprendizaje más interactiva y enriquecedora, facilitando la comprensión de conceptos geométricos complejos. Finalmente, se enfatiza la necesidad de una formación docente que integre las TIC de forma eficaz, y se destaca la importancia de un enfoque pedagógico que combine la tecnología con metodologías activas para un aprendizaje significativo de la geometría en el siglo XXI.

Palabras clave: Geometría, Euclides, TIC, educación matemática realista.

¹ Formación docente en pregrado y postgrado. Desarrollo laboral en el área de la docencia. Doctorando en educación

² Formación docente en pregrado y postgrado. Desarrollo laboral en el área de la docencia. Doctorando en educación

³ Formación docente en pregrado y postgrado. Desarrollo laboral en el área de la docencia. Doctorando en educación

FROM EUCLID TO THE DIGITAL WORLD: THE EVOLUTION OF GEOMETRY TEACHING IN THE 21ST CENTURY

ABSTRACT

This essay analyzes the evolution of geometry teaching throughout the last century, from the traditional Euclidean method to the integration of digital tools in current education. It explores the influence of Realistic Mathematics Education, which proposes learning based on problem-solving in meaningful contexts, contrasting it with Euclidean geometry and its historical evolution. It also examines the impact of Information and Communication Technologies (ICT) on the teaching of geometry, including virtual and augmented reality, and tools such as MicroMundos and Cinderella. It is argued that the integration of ICT offers students a more interactive and enriching learning experience, facilitating the understanding of complex geometric concepts. Finally, the need for teacher training that effectively integrates ICT is emphasized, and the importance of a pedagogical approach that combines technology with active methodologies for meaningful learning of geometry in the 21st century is highlighted.

Keywords: Geometry, Euclid, ICT, realistic mathematics education.

DESARROLLO

El presente ensayo tiene su base en un análisis que se hace al efectuar una revisión sobre la evolución que ha experimentado el modo de enseñanza-aprendizaje de la geometría a lo largo del último siglo, concretamente de las aportaciones relativas a este tema que ofrecen una corriente de la vanguardia pedagógica denominada “Educación Matemática Realística” y la tecnología educativa actual. En esta exploración se ha realizado un análisis del futuro más inmediato, atendiendo principalmente a las tendencias educativas que se rozan con esta nueva concepción educativa y a las herramientas TIC que facilitan su transición.

Las escuelas de Educación Infantil y Primaria en el mundo desarrollan actualmente un currículum de matemáticas que trata de ser rico, variado y adaptado a la diversidad de sus alumnos. Rápidamente, se observa que entre las actividades matemáticas existen las relacionadas con las manipulaciones y percepciones de diversos objetos, sean estos de uso cotidiano, confeccionados por el docente o presentes en materiales didácticos de matemáticas. El peso de las matemáticas elementales abordadas en el año 222 a.C. por Euclides de Alejandría ha sido desplazado fuertemente en la denominada “matemáticas realísticas” o “geométricas” contemporáneas visionadas por Freudenthal (1991), donde indica que: “las matemáticas deben ser vistas como una actividad humana, lo que implica que los estudiantes deben ser guiados a “reinventar” los conceptos matemáticos a partir de la resolución de problemas en contextos significativos” (p. 20).

A partir de una actitud esencialmente crítica, en un intento de lograr por medio de los resultados las inquietudes y necesidades de los alumnos, el propio Euclides había manifestado abiertamente las limitaciones de su obra cuando expresó que el objeto de la misma era “dar, a partir de unas nociones comunes, una exposición coherente de cuántas propiedades fueran posibles”.

Este proceso de indagación, desde su base histórica, fundamenta el desarrollo de propuestas para mejorar el aprendizaje de la geometría, enseñanza actualmente cuestionada y demandante de novedades que capten la atención de los estudiantes en un entorno de avance de investigaciones científicas y de una cultura idiosincrásica donde prima lo cosificado, lo material e inmediato. Durante dos mil años, el uso de métodos convencionales ha definido, a través de la deducción y la creación de la geometría, lo que es matemáticamente demostrado o, lo que es más importante, lo que se debe considerar como tal: las secuencias clásicamente consideradas anatómicas y cósmicas. A mi juicio, el estudio de la historia de las matemáticas es imprescindible a diferentes niveles educativos para contextualizar la matemática, mostrar el desarrollo y lo vivo de la misma, demostrar la diversidad de puntos de vista, ayudar a comprender las matemáticas y descubrir los acontecimientos históricos.

Por tanto, en este trabajo he tomado como referencia las propuestas de la Comisión Internacional sobre la Enseñanza de la Matemática, que proponía en sus líneas de desarrollo en la enseñanza de la geometría, que los principios rectores de la enseñanza secundaria sobre geometría fuesen: utilizar la geometría dinámica

provocando que la actividad interna de la mente en el proceso sea la resolución de problemas; considerar en cada tema las propiedades básicas y generales de las figuras, dando el mayor contenido conceptual a la tipología; utilizar actividades de construcción con reglas previas claras y utilización flexible; conectar cada concepto nuevo con los conocimientos previos que se tengan usando propiedades o relaciones para validar definiciones; desarrollar el máximo contenido conceptual y procedimental que permita la forma abstracta de validación creativa. Se plantea a partir de esta publicación que la geometría debería estudiarse analíticamente, es decir, interconectando las tres visiones que se pueden tener sobre ella: teoremas, propiedades y estructura, y problemas. Nueva muestra de saber enseñar geométrico: el matemático de la geometría analítica.

Por otro lado, la educación toma como propio el saber de la cultura. La geometría griega supuso un modelo para el planteamiento de los sistemas axiomáticos de casi todas las teorías matemáticas de los siglos posteriores. Desde el Renacimiento hasta el siglo XIX, el sistema de Euclides era el único con el que se trabajaba en los programas de Matemáticas. En este sentido, la estructura axiomática de las teorías matemáticas es la base lógica en la que se crea un marco de reglas no cuestionadas por las que se rige una teoría. Tras la crisis axiomática de las Matemáticas a finales del siglo XIX, la estructura axiomática de las teorías matemáticas ha ido perdiendo fuerza. No obstante, y aunque actualmente existen teorías matemáticas que no tienen un marco axiomático, la mayoría de las teorías fundamentales siguen siendo axiomáticas. Por tanto, la matemática desarrolla la parte técnica de las ciencias que dependen de la misma actuando como lengua común. Esto lleva a la matemática a ser transversal a las

diferentes ciencias y áreas del conocimiento y a desempeñar un papel importante en el desarrollo y estudio de distintos tópicos, entre ellos, la geometría. Por esta razón, la enseñanza de la matemática es importante, pero lo es especialmente la de la geometría, dado que, para entrar en el mundo digital o del ciberespacio es necesario disponer de formas geométricas desde las que se pueden colocar los objetos.

La primera teoría matemática que se conoce sobre la geometría surge en Grecia. Los llamados matemáticos presocráticos habían hecho consideraciones filosóficas sobre los fundamentos matemáticos, pero fue con Euclides de Alejandría cuando se establecieron los elementos de los que parte toda la geometría. Euclides reunió en trece volúmenes todos los conocimientos sobre materia matemática que tenía en su época y el resultado fue "Los elementos de la geometría", un tratado matemático del que en teoría emanan todos los teoremas, construcciones y propiedades de figura plana. La forma de enseñar de esta época puede variar mucho de lo que hoy entendemos por enseñar, pero disponemos de muchas fuentes que nos permiten hacernos una imagen bastante fiel de cómo fue la enseñanza en la época de Euclides. Algunos elementos eran.

Como se puede apreciar, la "clase" debía de ser parecida a lo que hoy entendemos por una comunicación formal. Resulta curiosa la forma de abandonar la explicación: "Oído esto, quieres, vetel!". Esa fue la forma usada por Euclides para inaugurar los estudios de la geometría. Empleaba un método dialéctico a través del cual formulaba un teorema. A partir de ahí presentaba las figuras, y a continuación, formulaba una serie de axiomas. Según Wardhaugh, (2022), los axiomas admitidos siempre eran

cinco y para Euclides, estas figuras eran las constancias evidentes, lo mismo que para Kant las nuestras, amoraes ahora, de la matemática. Seguidamente presentaba más definiciones y otros axiomas. Lo mismo hacían para las corolarias que siempre precedían la deducción, mientras que una proposición o teorema seguía en el lugar euclidiano predicado si empezaba por "De investigación que..." demostrantes en lugar de prepositivo.

Un caso típico de abordar los contenidos geométricos de manera general o superficial es la enseñanza mediante libros de texto con multitud de definiciones, teoremas y corolarios. La enseñanza de los contenidos descritos se basa en pasar las definiciones, teoremas y corolarios al cuaderno y realizar gran cantidad de ejercicios o problemas. No presentan claros ejemplos de la aplicación del teorema o conjetura previamente enunciados. Estos libros, en general, no muestran el resultado de los errores más frecuentes y no inciden en su justificación. Como consecuencia de todo lo mencionado, poco a poco, la geometría clásica ha dejado de ser uno de los contenidos más significativos de la enseñanza preparatoria de la matemática para pasar a ser meramente un estudio lógico-formal sin aplicación alguna. Se destacan una serie de características de la geometría desde la antigüedad grecolatina y su papel en la educación del siglo XIX: la geometría es considerada como un estudio de la forma que contribuye al análisis de las causas y aporta fundamentos racionales a las teorías particulares, sintetizando la información empíricamente obtenida; constituyó junto al latín el fundamento de los saberes de acceso; ha significado una condición esencial de la formación del espíritu matemático en el cual influyeron dos factores de distinta

naturaleza: el conocimiento de la naturaleza y la ejercitación lógico-formal. En el ámbito de la educación desarrollaron doble función: operatoria para concretar el concepto matemático y formativo del pensamiento propio de los matemáticos. De acuerdo a Torres-Melgarejo (2022) un caso concreto de la influencia de la geometría en la creación de nociones matemáticas generales son los paralelos entre los axiomas de la geometría y las leyes que rigen los sistemas numéricos reales. Otro ejemplo es la resolución de problemas geométricos o la demostración de un teorema.

Las TIC han transformado la forma de enseñar y de aprender matemáticas y, de forma muy notoria, la matemática en relación con la geometría. La complejidad de las figuras, problemas y teoremas geométricos ha motivado que, desde hace más de 2000 años hasta hoy mismo, sea uno de los materiales educativos más valiosos, ricos y estimulantes para su enseñanza, en especial en la etapa de Educación Secundaria Obligatoria. Tras la consolidación de la Web 2.0, los didactas gestionan el llamado movimiento Web 2.0, cuyo paradigma es: innovar en educación desde el uso de los medios sociales, apostando por una pedagogía creativa, abierta y participativa. La educación es el arte de combinar los medios disponibles para aprender e investigar con la participación de las personas.

A partir de los años 2010 han surgido tendencias hacia el denominado movimiento Web 3.0, pero que se prefiere denominar Neoclasicismo Digital, reconvirtiendo a los docentes del 1.0 al 3.0. Aportan herramientas para la creación de Recursos Educativos Abiertos o para crear experiencias inolvidables y cierran el camino al movimiento Web

2.0. Esas herramientas son conocidas como Herramientas 2.0. Entre ellas están las denominadas Instrumentos de creación. Las aportaciones Web 3.0 para la enseñanza de la matemática son menos numerosas y destacables por ahora. A continuación, se presenta una muestra de las herramientas 3.0/4.0 que cada día nos acompañarán más de cerca y que, tras la presentación de cada una de ellas, se ejemplifica su uso en la enseñanza de la geometría.

Con estos antecedentes, era cuestión de tiempo que viviéramos un avance mucho más notable. Hoy tenemos a disposición, entre otras cosas, hardware cada vez más potente y software diseñado para trabajar con objetos tridimensionales, algo que en su día resultó un desafío considerable. No obstante, la evolución es todavía mucho más notable de lo que en un principio podría parecer y, sobre todo, cada vez se populariza más rápido. Es el tiempo de la realidad aumentada y virtual. Este tipo de aplicaciones tiene un elevado potencial en el ámbito educativo, conjugando elementos virtuales con elementos reales.

En el ámbito educativo y de la investigación, las pruebas derivadas de múltiples investigaciones demuestran que la realidad virtual es una herramienta pedagógica eficaz en lo que respecta al aprendizaje de los estudiantes. Además, los estudiantes tienen una percepción más positiva del aprendizaje a través de la realidad virtual, aunque se espera que la realidad virtual cause más ansiedad que el aprendizaje tradicional. De acuerdo a Calderón et al. (2023) en cuanto a las implicaciones escolares, la realidad virtual es una herramienta eficaz para enseñar contenidos más abstractos y puede proporcionar una herramienta suplementaria atractiva para los estudiantes que tienen dificultades para

captar intangibles o detalles. Por lo tanto, gracias al aprendizaje de la realidad virtual, los estudiantes pueden establecer una creación o adaptación de la experiencia en un determinado lugar que de otra manera sería difícil de lograr. Esto puede llevar a una mayor motivación y una comprensión más profunda de los diversos conceptos.

MicroMundos y Cinderella son herramientas que brindan al docente la posibilidad de construir objetos ligados a las herramientas tradicionales de GeoGebra, con la diferencia de que presentan un modelo dinámico de la construcción de entornos geométricos que parte de la definición de distintos elementos. En el caso de MicroMundos, es un ambiente de programación que proporciona a sus usuarios una extensa biblioteca de instrucciones de alto nivel, libres de sintaxis truculenta. Está diseñado para que los estudiantes se relajen, jueguen, reflexionen, imaginen y hagan matemáticas mientras interactúan con ciertos objetos con los que pueden programar, compatibles con PC y Mac. Sin embargo, el precio y la accesibilidad limitada de MicroMundos puede ser un problema para los usuarios que están acostumbrados a los entornos gratuitos. Básicamente, Cinderella es una herramienta que permite a los usuarios construir sus propios objetos virtuales definidos en 2D con la función de potente programación avanzada, a través de la generación de aplicaciones multimedia.

Recordamos que el ángulo de perspectiva es diferente al que se tendría en la enseñanza utilizando la antigua pizarra como herramienta: en cambio, la nueva perspectiva tiene un enfoque más atractivo y totalmente personalizable en el ámbito de la interactividad entre el profesor y los estudiantes, los estudiantes entre sí, entre el brote

y los contenidos expuestos, etc. Sellos reconocidos y herramientas destinadas a mejorar los aspectos mencionados incluyen diversas aplicaciones. Cada uno de ellos es distinto, pero sobre todo tienden a la automatización total o parcial de operaciones matemáticas o de geometría y están fuertemente soportados por la formación de una clara y abierta.

El software educativo simplifica el acceso a herramientas y entornos digitales. Pero estos deben ser elegidos por su potencial educativo y puestos al servicio de la enseñanza de la Geometría en beneficio del alumno. Los esfuerzos no habrán sido en vano si el alumno adquiere los valores formativos de la asignatura. Las aplicaciones de la Geometría en las artes y las ciencias conducen de forma natural a un enfoque interdisciplinar imposible de alcanzar con la enseñanza tradicional. Además, el entorno software permite el acceso a una amplia gama de recursos pedagógicos que facilitan un acercamiento más auténtico a la disciplina. Las diferentes herramientas asociadas al entorno proporcionan retroalimentación inmediata e información útil que ayuda en la comprensión. Todas estas actividades se resumen en lo que conocemos como innovación metodológica.

Los efectos positivos del uso de software educativo en el desarrollo de competencias matemáticas específicas han sido ampliamente probados. En el caso de los lenguajes de programación, el efecto se ha vinculado a la existencia de contenidos matemáticos ocultos que nos resulta imposible comprobar, como se da a entender cuando se sugiere que programar un ordenador supone crear un entorno en el que es posible aprender. A diferencia de la parte del espacio que era accesible a los estudiantes

a través de textos euclidianos, los entornos informáticos permiten ahora la exploración de todo el espacio, no sólo de un lado, al menos visualmente.

Además, según Romero-Solano et al. (2023) es posible representar el espacio de formas muy diferentes, y la representación visual a través de gráficos de ordenador la ha convertido en uno de los modelos más populares para usuarios tan diversos como arquitectos, biólogos o matemáticos. El uso de la robótica educativa como una instancia de trabajo práctico en el proceso educativo apoya la apropiación de herramientas pedagógicas y fomenta el mejoramiento de habilidades que dan acceso al conocimiento de fenómenos naturales y sociales. El Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN) (2004) afirma:

La geometría tiene una larga historia siempre ligada a las actividades humanas, sociales, culturales, científicas y tecnológicas. Ya sea vista como una ciencia que modela nuestra realidad espacial, como un excelente ejemplo de sistema formal o como un conjunto de teorías estrechamente conectadas, cambia y evoluciona permanentemente y no se puede identificar únicamente con las proposiciones formales referidas a definiciones, conceptos, o teoremas. (p. 1).

La afirmación hecha sobre la geometría resalta su relevancia no solo como una disciplina matemática, sino también como un componente integral de la experiencia humana. La geometría, en su esencia, está entrelazada con diversas actividades humanas y refleja la manera en que las sociedades han interpretado y modelado su entorno a lo largo de la historia. Este enfoque multidimensional invita a los educadores a considerar la enseñanza de la geometría no solo desde una perspectiva técnica, sino

también como un fenómeno cultural que puede enriquecer el aprendizaje de los estudiantes al conectar conceptos matemáticos con realidades cotidianas.

El MEN (2004) destaca que la geometría evoluciona constantemente, lo que implica que su enseñanza debe adaptarse a los cambios en el conocimiento y en las necesidades sociales. Esta evolución puede observarse en cómo se han desarrollado nuevas teorías geométricas y en cómo se han aplicado en campos emergentes como la arquitectura moderna, el diseño gráfico y la tecnología digital. Por lo tanto, es fundamental que los currículos educativos incluyan no solo los fundamentos clásicos de la geometría, sino también sus aplicaciones contemporáneas. Esto permitirá a los estudiantes ver la relevancia de la geometría en el mundo actual y fomentar un aprendizaje más significativo.

Además, el MEN (2004) menciona que la geometría no debe ser reducida a proposiciones formales o teóricas aisladas. Este punto es crucial para repensar las metodologías de enseñanza tradicionales que a menudo enfatizan la memorización de definiciones y teoremas sin contextualizarlos adecuadamente. En lugar de ello, se debe promover un enfoque pedagógico que integre experiencias prácticas y visuales, donde los estudiantes puedan explorar conceptos geométricos a través de actividades manipulativas y proyectos creativos. Este tipo de aprendizaje activo no solo facilita una comprensión más profunda, sino que también estimula el interés y la curiosidad por las matemáticas.

La conexión entre geometría y actividades humanas también sugiere que esta disciplina puede ser utilizada para abordar temas interdisciplinarios. Por ejemplo, al

estudiar patrones geométricos en arte o arquitectura, los estudiantes pueden desarrollar habilidades críticas al analizar cómo estas formas influyen en nuestras percepciones estéticas y funcionales del espacio. Asimismo, al relacionar conceptos geométricos con fenómenos naturales o tecnológicos, se fomenta una visión holística del conocimiento que trasciende las fronteras disciplinarias. Esto es especialmente relevante en un mundo cada vez más interconectado donde las soluciones a problemas complejos requieren enfoques integrados.

Otro aspecto importante es el reconocimiento del papel social y cultural de la geometría. La forma en que diferentes culturas han abordado conceptos geométricos puede ofrecer perspectivas valiosas sobre diversidad y creatividad en el pensamiento matemático. Al incluir ejemplos históricos y culturales en la enseñanza de la geometría, se puede promover un ambiente inclusivo donde todos los estudiantes se sientan representados y valorados. Esto no solo contribuye a una educación más equitativa, sino que también ayuda a desarrollar una apreciación por las contribuciones diversas al campo de las matemáticas.

Al considerar todas estas dimensiones propuestas por el MEN (2004), queda claro que la enseñanza de la geometría debe ser vista como un proceso dinámico e interactivo. Los educadores tienen la responsabilidad de crear entornos de aprendizaje donde los estudiantes puedan explorar activamente conceptos geométricos mientras conectan estos aprendizajes con sus propias experiencias e intereses. Al hacerlo, no solo se fortalece su comprensión matemática, sino que también se les prepara para convertirse

en pensadores críticos capaces de aplicar sus conocimientos en contextos reales y significativos. En resumen, una educación en geometría rica y contextualizada tiene el potencial de empoderar a los estudiantes para navegar mejor por un mundo complejo e interrelacionado

Ante ello, la enseñanza y el aprendizaje de la geometría han experimentado en los últimos años un gran número de experiencias que confluyen en la utilización de diferentes metodologías activas para potenciar el desarrollo del razonamiento lógico. El redescubrimiento parcial de la obra de Euclides de Alejandría y en parte la influencia de las orientaciones didácticas para la reforma líder han establecido las bases para la "familia" de métodos asistidos por ordenadores de corte euclidiano que han resultado ser de gran utilidad en el campo de la docencia geométrica. Además, las tecnologías han jugado un gran papel en la renovación de la didáctica de la geometría, en el área motora del contraste empírico y en la interacción del alumno. En otros campos de la educación matemática, las "nuevas tecnologías" han posibilitado el desarrollo de distintas metodologías activas que han facilitado la atención a la diversidad. Los parámetros o componentes de las tecnologías existentes, hardware y software, unidos a las distintas posibilidades didácticas, expresan la forma expositiva y constituyen una herramienta útil para los profesionales de esta área de conocimiento para mejorar su alcance.

Las tecnologías permiten la incorporación progresiva de metodologías activas en la enseñanza de la geometría, incidiendo al respecto en el "cómo" con una transferencia directa para el "qué" del conocimiento geométrico. Ante ello Viquez et al. (2020) plantea que el uso de las capacidades de visualización, interactividad, simulación y presentación

de propuestas variadas crea un escenario educativo en el que alumnado y profesorado resuelven los problemas geométricos con la ayuda de los recursos tecnológicos. Existirían ejemplos de experiencias que han incorporado metodologías activas, situados en ambientes de innovación tecnológica, con el objetivo de facilitar el proceso de transferencia. Los métodos de aplicación de la tecnología al mismo aplican el "cómo" de manera general a la exposición exhaustiva del "qué" geométrico, o a la generación de actividad libre del alumnado para que descubra sus propiedades por sí mismo.

Nuevas formas de abordar matemáticas emergen ante la proliferación de nuevos medios en donde se pone en cuestión cualquier habilidad o actitud que se pretenda adquirir y que pase por la memorización o habilidades individuales, resolviendo problemas cerrados donde ya existe un camino trazado o donde el objetivo final ya está establecido. De la acción de lo analógico a la simplicidad del medio digital, enfocada a este trabajo, se observa cómo se produce un paso del mundo real hacia el virtual transformando, en muchos casos, todo lo tedioso que conlleva la adquisición de un punto, línea, segmento o figura para el que con el medio digital resultaría tan sencillo como seleccionar e imprimir la herramienta adecuada.

La evaluación de alumnos escolares en Educación Matemática ha compartido a lo largo del tiempo un estrecho camino en base a las habilidades personales que a nivel procedimental se ponen en juego; habilidades inherentes al sujeto y que la sociedad actual sigue exigiendo a pesar de los cada vez más crecientes cambios de prácticas culturales; comportamientos como razonar, calcular, operar con los símbolos

matemáticos, solucionar problemas planteados de manera secuencial y resolutoria o analizar la realidad con las lentes de dicha disciplina. Habilidades estas que interesan especialmente al ente evaluador y certificador y a muchos docentes, ante el papel que sigue jugando las diferentes evaluaciones en la política educativa, social y cultural.

Desde la implementación de las reformas educativas a mediados de los años noventa en América Latina, que incluían la Educación General Básica, se ha puesto énfasis en la geometría para mejorar la percepción espacial de los estudiantes. Actualmente, varios estudios señalan que la falta de algoritmia de los estudiantes al enfrentarse a los problemas matemáticos graduales ha tenido consecuencias negativas en sus habilidades cognitivas, especialmente en el campo de la geometría. A medida que avanzamos en el siglo XXI, es imperativo que se siga promoviendo el aprendizaje de la geometría de manera más profunda y significativa. Esto implica no solo enseñar a los estudiantes los conceptos básicos de la geometría, como las formas y las figuras geométricas, sino también ayudarlos a desarrollar habilidades más avanzadas, como la resolución de problemas, el razonamiento lógico y la visualización espacial.

La geometría es una disciplina matemática fundamental que se utiliza en diversos campos, como la arquitectura, la ingeniería, la física y la informática. Por lo tanto, es esencial que los estudiantes adquieran sólidos conocimientos en este ámbito desde una edad temprana. Sin embargo, muchos estudiantes enfrentan dificultades para comprender y aplicar los conceptos geométricos, lo que limita su capacidad para resolver problemas complejos y desarrollar su pensamiento analítico. Para abordar este desafío, es necesario adoptar estrategias pedagógicas innovadoras que fomenten el interés y la

participación activa de los estudiantes en el aprendizaje de la geometría. En lugar de simplemente enseñarles los conceptos de manera abstracta, es importante proporcionarles experiencias prácticas y concretas que les permitan explorar y descubrir los principios geométricos por sí mismos. Por ejemplo, se pueden realizar actividades de construcción y manipulación de objetos geométricos, como construir modelos tridimensionales o utilizar herramientas digitales para visualizar transformaciones geométricas. Además, es crucial vincular la geometría con otras áreas del conocimiento, como el arte y el diseño. Al integrar la geometría en proyectos creativos, los estudiantes pueden comprender mejor la relevancia y la aplicabilidad de los conceptos geométricos en su vida diaria. De la Torre (2013) señala que:

el modelo de Van Hiele surge como una respuesta a los problemas que los docentes encontraban en la clase de geometría, por lo que el principal problema de investigación lo constituía el ayudar a los estudiantes a pasar de un nivel de razonamiento al siguiente, lo que la constituye una teoría de la enseñanza y aprendizaje de la geometría (p. 45).

Este modelo se basa en la observación de que los estudiantes no siempre progresan de manera lineal en su comprensión geométrica, lo que puede llevar a frustraciones tanto para ellos como para sus educadores. La identificación de niveles de razonamiento en geometría permite a los docentes diagnosticar el estado actual del aprendizaje de sus estudiantes y diseñar intervenciones pedagógicas más efectivas. Así, el modelo no solo proporciona un marco teórico, sino también herramientas prácticas para mejorar la enseñanza.

Uno de los aspectos más significativos del modelo de Van Hiele es su enfoque en los niveles de razonamiento geométrico, que van desde la percepción visual hasta el razonamiento abstracto. Cada nivel representa una forma diferente de entender y trabajar con conceptos geométricos, y el avance entre estos niveles requiere experiencias específicas y adecuadas. Esto implica que los docentes deben ser conscientes de las características y limitaciones del nivel en el que se encuentran sus estudiantes para guiarlos eficazmente hacia niveles superiores. Por lo tanto, el modelo promueve una enseñanza diferenciada que reconoce las diversas trayectorias de aprendizaje.

Además, el modelo enfatiza la importancia del lenguaje y la comunicación en el proceso de aprendizaje geométrico. A medida que los estudiantes avanzan a través de los niveles, deben aprender a utilizar un vocabulario más técnico y preciso relacionado con la geometría. Esto no solo les ayuda a articular sus pensamientos y razonamientos, sino que también les permite participar en discusiones significativas sobre conceptos geométricos. La interacción verbal entre estudiantes y docentes se convierte así en un componente esencial del aprendizaje, ya que facilita la construcción colectiva del conocimiento.

La teoría propuesta por Van Hiele (1945) también tiene implicaciones importantes para la formación docente. Los educadores necesitan comprender profundamente estos niveles de razonamiento para poder implementar estrategias didácticas adecuadas. Esto incluye diseñar actividades que fomenten el movimiento entre niveles, así como proporcionar retroalimentación constructiva que ayude a los estudiantes a reflexionar

sobre su propio proceso de aprendizaje. La capacitación continua en este modelo puede empoderar a los docentes para abordar las dificultades comunes en la enseñanza de la geometría y mejorar su práctica pedagógica.

Otro aspecto relevante es cómo el modelo de Van Hiele (1945) puede ser utilizado para evaluar el progreso del aprendizaje en geometría. Al establecer criterios claros basados en los niveles de razonamiento, los docentes pueden realizar evaluaciones formativas más efectivas que no solo midan el conocimiento adquirido, sino también la capacidad del estudiante para razonar y aplicar conceptos geométricos en diferentes contextos. Esta evaluación continua permite ajustar las estrategias educativas según las necesidades individuales y grupales, promoviendo un ambiente de aprendizaje más dinámico.

Al considerar el modelo de Van Hiele (1945) como una teoría integral sobre la enseñanza y aprendizaje de la geometría, se destaca su potencial para transformar las prácticas educativas en este campo. Al centrarse en cómo los estudiantes piensan y razonan sobre la geometría, este enfoque ofrece una vía clara para mejorar tanto la comprensión conceptual como las habilidades prácticas relacionadas con esta disciplina matemática. En última instancia, esto contribuye a formar individuos más competentes y seguros en su relación con las matemáticas, preparándolos mejor para enfrentar desafíos académicos futuros y situaciones cotidianas donde se aplican conceptos geométricos.

Esto les permite ver la geometría como una herramienta poderosa para resolver problemas y expresar ideas, en lugar de simplemente como un conjunto de reglas y fórmulas abstractas. Asimismo, es fundamental desarrollar el pensamiento crítico y el razonamiento deductivo en el estudio de la geometría. Esto implica fomentar la capacidad de los estudiantes para realizar demostraciones y argumentar de manera lógica, utilizando las propiedades y relaciones geométricas como fundamento. Al fortalecer estas habilidades, los estudiantes pueden construir argumentos sólidos y fundamentados, tanto en el ámbito de la geometría como en otras áreas de conocimiento.

En consonancia con los planteamientos realizados por Encinas et al. (2022); la geometría juega un papel fundamental en el desarrollo de habilidades cognitivas y visuales en los estudiantes. Para asegurar un aprendizaje efectivo de la geometría, es necesario fomentar el interés y la participación activa de los estudiantes, proporcionándoles experiencias prácticas y vinculando la geometría con otras áreas del conocimiento. Además, es crucial desarrollar el pensamiento crítico y el razonamiento deductivo. Solo a través de estos enfoques pedagógicos innovadores podemos preparar a los estudiantes para los desafíos del siglo XXI y aprovechar al máximo el potencial de la geometría como una herramienta para el pensamiento creativo y analítico.

Al igual que ya hemos mencionado durante la etapa racionalista con Descartes, un problema teórico como la falta de consolidación o la inexistencia de los entes geométricos o las sensaciones va parejo a uno práctico como las dificultades o imposibilidades que el profesor encuentra para identificarlos y para evaluar que el alumno los conoce y asimila. En este capítulo que cierra el documento, exponemos una

herramienta informática que ayuda al profesorado a realizar una mejor evaluación. O concretando, para que el uso de las TIC corrobore el aprendizaje significativo en geometría. En ocasiones, tras la implementación de TIC en el ámbito del aula, se observan cambios que no se habían previsto. La educación no puede ni debe quedar anclada en la etapa pretecnológica, pero no siempre las TIC, por sí solas, son suficientes. Para que su inserción y uso sean fructíferos, estas han de estar motivadas didácticamente y desarrolladas dentro de la proyección conjunta de las estrategias y propósitos que el profesor o la profesora desea alcanzar, para el alumnado.

La utilización de la tecnología en los procesos de enseñanza y aprendizaje plantea diversas posibilidades y desafíos para la formación de los estudiantes en geometría. Desde la perspectiva del entorno educativo, se identifican al menos tres grandes desafíos: la formación y desarrollo profesional de los docentes, la calidad en el uso educativo de las TIC (tecnologías de la información y comunicación) y la efectividad del software destinado a la enseñanza. En el caso de la formación de profesores de matemáticas en general, es un desafío diseñar, aplicar y analizar situaciones de clase que contribuyan al desarrollo profesional en el uso de herramientas informáticas. El éxito de una formación sostenible de profesores no solo dependerá del conocimiento de competencias tecnológicas, sino que además será necesario desarrollar el conocimiento del contenido y pedagógico de la asignatura.

En la utilización de las TIC para la enseñanza de la geometría, también se señalan que son necesarios conocimientos de la reestructuración de las tareas matemáticas en

la institución de aprendizaje, los problemas y conceptos matemáticos relacionados, así como conocimiento del área de contenido que puede desarrollarse con la ayuda de las TIC. En un estudio realizado por Bruno et al. (2022); se profundiza en el papel de la geometría dinámica en el desarrollo de habilidades y competencias matemáticas, también se señala que el aprendizaje de la geometría será siempre dominado por habilidades de pensamiento visual, lo que hace que la geometría dinámica, por ofrecer posibilidades de exploración visual, diagrama y manipulación, sea un enfoque importante, aunque no único, para el desarrollo de las competencias matemáticas relacionadas con la geometría.

Se centra en la comprensión del concepto de cultura digital y en aspectos de inclusión y equidad educativa en la emergente sociedad basada en redes de comunicación. Si algo ha crecido y se ha multiplicado de manera exponencial, eso es la cultura digital. La escuela, siguiendo los principios de la eficacia y de la eficiencia, ha de dar cabida a esta irrupción y enseñar a sus alumnos, alumnos digitales nativos que están ya iniciados en el uso de tecnologías digitales que les faciliten el acceso a la copiosa información disponible y les instruya en cómo utilizarla de forma efectiva, crítica, ética y segura. Educar en la cultura digital supone también desarrollar ciertas habilidades de pensamiento lógico y creativo a partir de la resolución de problemas.

Son múltiples las recomendaciones de los expertos en el tema para lograr una enseñanza de calidad con tecnología. Desde el sentido común y lo que la investigación nos dice, es cierto que una buena enseñanza con tecnología aumenta, y mucho, el aprendizaje de los estudiantes; sin embargo, una mala enseñanza con tecnología da

lugar a su abrumador fracaso y hace mucho más resistente al cambio cualquier mejora posterior. Por desgracia, parece que somos muchos más los que hemos pasado por una mala enseñanza que por una buena. Pero lo cierto es que la tecnología, bien empleada, da lugar a infinidad de posibilidades para mejorar el aprendizaje de todos los estudiantes; en ocasiones, incluso para estudiantes que no presentan necesariamente dificultades para aprender. Por tal motivo Ávila y Aray (2023), coinciden que uno de los caminos para aumentar la calidad de la enseñanza en el aula, y más concretamente, en la enseñanza de la geometría para estudiantes con y sin discapacidad, es potenciar nuestra mirada en un corte no solamente clínico y deficitario, sino globalizador, evolucionado y potenciador; es decir, desarrollar una mirada clínica y globalizadora a la vez.

Las reflexiones y propuestas expresadas a lo largo de este trabajo, que han tenido como finalidad principal analizar la evolución de la metodología pedagógica en la enseñanza de la geometría, desde el método euclidiano hasta la implantación definitiva de diferentes herramientas digitales en la sociedad pedagógica actual, nos llevan a señalar diferentes conclusiones y reflexiones finales que ayudan a esbozar un posible modelo didáctico para la enseñanza de la geometría en el siglo XXI, fundamentalmente en la última etapa de la educación secundaria obligatoria, y en la etapa postobligatoria en el contexto español. Entre todas las ideas expuestas en los diferentes apartados precedentes de este trabajo, queremos destacar la necesidad de reformar el modelo didáctico que tradicionalmente se ha utilizado por el profesorado, para abordar las cuestiones relacionadas con la enseñanza de la geometría; la doble perspectiva de ser

y tener del hombre dimensionando el espacio euclidiano, lo que exige una reformulación de nuestros modelos conceptuales; el papel protagonista que deben ocupar las TIC y, en particular, los soportes educativos digitales en el diseño y desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría; El uso de este tipo de herramientas exige un cambio en la forma de concebir y organizar las actividades en el aula, abandonando los modelos funcionalistas para pasar a un modelo constructivista; a nuestra disposición, tenemos un abanico prácticamente ilimitado de potentes apoyos tanto online como offline.

En relación a la pregunta concreta sobre la utilización de las TIC en la enseñanza de la geometría para alumnos de enseñanza secundaria, se dirige la reflexión hacia tres estrategias generales: el uso didáctico del software dedicado, el uso integrado de tecnologías (como procesadores de texto, hojas de cálculo, software de álgebra dinámica, etc.) y el uso de recursos automáticos para la evaluación de aprendizajes. La primera estrategia se focaliza fundamentalmente en las potencialidades didácticas tanto del software de geometría dinámica como el software de álgebra, los cuales servirían "para poner de manifiesto en el aula ideas matemáticas que, sin ellos, serían muy difíciles de explicitar, e incluso en algunas ocasiones, aunque no de manera tan rotunda, imposibles de percibir".

La segunda estrategia hace referencia al cambio de visión y de enseñanza que implica el uso de la matemática en un dispositivo tecnológico: "el uso de la tecnología debe insertarse en una visión global de la enseñanza, ser parte de una filosofía educativa que responde a las preguntas del ¿Qué?, ¿Por qué?, ¿Cómo? y ¿Para qué? de la

enseñanza y el aprendizaje de la matemática". La tercera estrategia precisa de la conceptualización didáctica de los recursos automáticos, por lo que se promueve su utilización en situaciones que corresponden a los niveles más bajos de la taxonomía de Bloom (reconocimiento de información, comprensión y aplicación) y se considera como parte de un sistema de evaluación integral.

Para concluir, se comparten algunas reflexiones y perspectivas que podrían ser consideradas en ambientes de enseñanza utilizando software de geometría dinámica. En este sentido, es importante destacar el papel fundamental que desempeña la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. Al utilizar dispositivos tecnológicos en el aula, se puede ampliar el alcance de los conceptos matemáticos y mejorar la comprensión de los estudiantes. Además, la tecnología permite una visión más global de la enseñanza, ya que proporciona herramientas interactivas que promueven la participación activa de los alumnos. Además, se debe tener en cuenta la importancia de la conceptualización didáctica de los recursos automáticos. Al utilizar software de geometría dinámica, por ejemplo, se pueden crear actividades y ejercicios que se adapten a los distintos niveles de aprendizaje de los estudiantes. Esto permite fortalecer las habilidades de reconocimiento de información, comprensión y aplicación de la matemática.

Por otro lado, es relevante mencionar que el uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas debe ser parte de un sistema de evaluación integral. Esto significa que los profesores deben utilizar herramientas tecnológicas no solo para enseñar, sino

también para evaluar el progreso y el aprendizaje de los alumnos. De esta manera, se puede obtener una visión más completa y precisa de las habilidades matemáticas de cada estudiante.

En conclusión, es fundamental aprovechar las ventajas que ofrece la tecnología para enseñar matemáticas de manera más efectiva. Mediante el uso de dispositivos tecnológicos y software específico, se puede cambiar la forma en que los estudiantes ven y aprenden las matemáticas. Para lograrlo, es necesario adoptar una visión global de la enseñanza y considerar principios pedagógicos que fomenten el pensamiento crítico y el aprendizaje activo. Además, se deben utilizar herramientas tecnológicas de manera integral, tanto para enseñar como para evaluar el progreso de los estudiantes.

REFERENCIAS

Avila, Gabriel & Aray, Carlos. (2023). Geogebra como herramienta didáctica para el fortalecimiento del aprendizaje de secciones cónicas en bachillerato. *Revista Científica Arbitrada Multidisciplinaria PENTACIENCIAS*. 5. 386-400. [10.59169/pentaciencias.v5i5.747](https://doi.org/10.59169/pentaciencias.v5i5.747).

Bruno, A., Gil-Clemente, E., Gutiérrez, A., Jaime, A., & Polo-Blanco, I. (2022). Pensemos en unas matemáticas para todo el alumnado. Aportaciones al desarrollo del currículo desde la investigación en educación matemática, 322-347. unican.es

Calderón Zambrano, R. L., Yáñez Romero, M. E., Dávila Dávila, K. E., & Beltrán Balarezo, C. E. (2023). Realidad virtual y aumentada en la educación superior: experiencias inmersivas para el aprendizaje profundo. *Religación: Revista de Ciencias Sociales y Humanidades*, 8(37).

De la Torre, A. (2003). El Método socrático y el Modelo de Van Hiele. *Lecturas Matemáticas*, 24, 99- 121. Recuperado de <http://www.scm.org.co/Articulos/733.pdf>

Encinas, L. O., Bojorquez, J. L., González, P. S., Acevedo, D. G., & Burgos, E. C. (2022). Impacto en el rendimiento escolar bajo condiciones de pandemia SARS-COV2. *Revista de Investigación Académica Sin Frontera: Facultad Interdisciplinaria de Ciencias Económicas Administrativas-Departamento de Ciencias Económico Administrativas-Campus Navojoa*, (37), 16-16. unison.mx

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Kluwer Academic Publishers.

Romero-Solano, F. E., del Cisne Quevedo-Rojas, X., & Figueroa-Corrales, E. (2023). La gamificación como estrategia para desarrollar el pensamiento lógico en la resolución de problemas matemáticos. *MQRInvestigar*, 7(4), 169-187. investigarmqr.com

Torres Melgarejo, P. A. (2022). Eficacia del Software AutoCAD en el Aprendizaje de la Geometría Descriptiva de los Estudiantes de Ciencias Sociales-Geografía de la Universidad Nacional.

Van Hiele, P. M. (1945). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching Children Mathematics*.

Viquez, A. B., Salas, M. R., Santamaría, B. A. R., Montiel, I. B., & Rojas, V. B. (2020). GeoGebra, Quizizz, PowToon y Kahoot como recursos tecnológicos en la enseñanza de la Geometría en séptimo año de la Educación General Básica costarricense. *Pensamiento Actual*, 20(34), 61-73. unirioja.es

Wardhaugh, B. (2022). Las infinitas vidas de Euclides: Historia del libro que forjó nuestro mundo. [HTML]