TRASCENDERE

Número 8 Vol. 3 (2026) , pp. 76- 101 / Edición Continua

ISSN: en línea: 2959-5746
Depósito legal: Ta2023000080

ENSAYO

ENSEÑANZA DEL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN MEDIANTE TECNOLOGÍAS EMERGENTES UNA APROXIMACIÓN TEÓRICA[1]

Juan Carlos Ramos Vásquez[2]
Código ORCID: 0009-0006-7137-639X
Correo: juanramos@derkasantodomingo.edu.co
Institución Educativa Antonio Derka
Santo Domingo, Medellín,
Colombia

Luisa Fernanda Álvarez Suárez[3]
Código ORCID: 0009-0001-7367-0350
Correo: lufernanda042@gmail.com
Institución Educativa Antonio Derka
Santo Domingo, Medellín,
Colombia

Recibido: 16/01/2026 **Revisado: 20/02/2026** **Aprobado: 24/03/2026**

RESUMEN

La enseñanza del algoritmo de la división escrita constituye uno de los núcleos más complejos en la aritmética escolar de la educación básica. El presente ensayo analiza la articulación entre las fases procedimentales del algoritmo y las tecnologías emergentes para fundamentar un marco de mediación pedagógica. El objetivo central es formular el modelo de Mediación Tecnológica-Didáctica para la Comprensión del Algoritmo de División (METCAD), orientado a prevenir la automatización opaca del cálculo mediante representaciones dinámicas y diagnósticos adaptativos. La metodología consistió en una revisión crítica e integradora de la literatura científica publicada entre 2020 y 2025 en bases de datos indexadas, conformando un corpus de 25 artículos agrupados en evidencia directa, transferible y contextual. La discusión argumentativa confronta la tensión entre el dominio formal del algoritmo, el uso de manipulativos virtuales y la implementación de tutores inteligentes con analíticas diagnósticas. Como aporte original, el modelo METCAD se estructura en cinco fases progresivas: problematización, modelado, codificación, diagnóstico y transferencia. Los resultados teóricos indican que los recursos digitales incrementan el rendimiento matemático únicamente cuando explicitan las relaciones de valor posicional y la ecuación fundamental de la división (D=d.q+r). Se concluye que la integración tecnológica exige

[1] Declaración de Uso de IA: Se utilizó ChatGPT versión 5.6 Luna como revisor de gramática, estilo y búsqueda de información. Se garantiza que el contenido generado no sustituye los datos ni los resultados originales de esta investigación.

[2] Docente de matemáticas, Institución Educativa Antonio Derka Santo Domingo, Medellín, Colombia. Magister en enseñanza de las ciencias exactas y naturales, Universidad Nacional, Colombia, Licenciado en matemáticas y física, Universidad de Antioquia, Colombia.

[3] Docente de básica primaria, Institución Educativa Antonio Derka Santo Domingo, Medellín, Colombia. Magister en educación, Universidad Autónoma del Caribe, Colombia, Especialista en administración de las TIC, Universidad de Santander, Colombia, Licenciada en básica primaria con énfasis en lengua castellana e idioma extranjero, Universidad Católica del Norte, Colombia.

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

preservar la mediación docente y programar el desvanecimiento progresivo de los apoyos virtuales para garantizar la comprensión conceptual autonómicamente.

Palabras clave: Algoritmo de división, educación matemática, inteligencia artificial, mediación pedagógica, tecnología educativa.

TEACHING THE LONG-DIVISION ALGORITHM THROUGH EMERGING TECHNOLOGIES A THEORETICAL APPROACH

ABSTRACT

The teaching of the long-division algorithm constitutes one of the most complex core areas in elementary school arithmetic. This essay analyzes the articulation between the procedural steps of the algorithm and emerging technologies to establish a framework for pedagogical mediation. The primary objective is to formulate the Technological-Didactic Mediation Model for Understanding the Division Algorithm (METCAD), designed to prevent opaque automation of calculation through dynamic representations and adaptive diagnostics. The methodology consisted of an integrative critical literature review of studies published between 2020 and 2025 across indexed databases, yielding a corpus of 25 articles categorized into direct, transferable, and contextual evidence. The argumentative discussion confronts the tension between formal algorithmic mastery, the use of virtual manipulatives, and the deployment of intelligent tutoring systems with diagnostic analytics. As an original contribution, the METCAD model is structured into five progressive phases: problematization, modeling, coding, diagnosis, and transfer. Theoretical results indicate that digital tools enhance mathematical performance only when they explicitly demonstrate place-value relationships and the fundamental division equation (D=d.q+r). It is concluded that technological integration requires preserving teacher mediation and scheduling the progressive fading of virtual supports to ensure autonomous conceptual understanding.

Keywords: Artificial intelligence, division algorithm, educational technology, mathematics education, pedagogical mediation.

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

TRASCENDERE
Número 8 Vol. 3 (2026) , pp. 76- 101 / Edición Continua
ISSN: en línea: 2959-5746
Depósito legal: Ta2023000080
ENSAYO

1. Introducción

Es importante destacar que la división escrita ocupa un lugar preponderante y transversal en el currículo de aritmética de la educación primaria. Su aprendizaje exige la coordinación simultánea de múltiples nociones matemáticas complejas, entre las que destacan la comprensión del valor posicional, el dominio de la multiplicación, el manejo de la resta, la capacidad de estimación y la comparación entre órdenes de magnitud. A pesar de su relevancia formativa, la práctica escolar suele reducir la enseñanza de esta operación a una instrucción puramente verbal y memorística de pasos algorítmicos desprovistos de significado conceptual.

Esta problemática educativa ha sido identificada de manera reiterada en las investigaciones sobre didáctica de la matemática. Al respecto, se enfatiza la urgente necesidad de abordar las falencias estructurales en el currículo de la educación básica:

Las deficiencias específicas en el currículo de matemáticas escolares son las principales preocupaciones de este artículo. También ofrecerá algunas sugerencias sobre cómo mejorar la enseñanza de este algoritmo en los grados 4 a 6. En la última sección, presentamos esta discusión sobre el algoritmo de división larga. (Wu, 2020, citando a Zorrilla et al., 2021, p. 2)

La ejecución del algoritmo de la división trasciende el simple recuerdo de una secuencia memorizada. El estudiante se ve obligado a tomar decisiones cuantitativas continuas: evaluar cuántas veces cabe el divisor en una determinada cifra del dividendo, reajustar las cantidades estimadas ante excesos o defectos, y mantener la equivalencia

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

del sistema decimal y la restricción r < d. La resolución de problemas reales intensifica esta tensión, pues un mismo residuo numérico puede demandar tratamientos semánticos opuestos según el contexto. Como señalan Zorrilla et al. (2021):

Estos estudios únicamente han considerado situaciones en las que las divisiones, bien con el significado de partición o de medida, eran exactas, lo que conlleva la no necesidad de interpretar la solución en el contexto del problema. (Zorrilla et al., 2021, p. 1319)

Frente a este desafío, las tecnologías emergentes (bloques virtuales, tutores inteligentes) permiten transparentar los canjes e identificar errores, aunque también corren el riesgo de automatizar la ejecución o suprimir la reflexión del alumno (Chai & Rosli, 2025; Shih et al., 2023; Walter & Schwätzer, 2025). El problema científico se sitúa en la mediación didáctica: determinar qué roles matemáticos debe asumir la tecnología, cuándo intervenir y cuándo retirarse para consolidar la autonomía (Pacheco-Muñoz et al., 2022; Bağdat & Bağdat, 2023). El objetivo de este ensayo es desarrollar un marco teórico explicativo sobre la articulación entre representaciones digitales, diagnóstico formativo y discurso matemático, cuya tesis central se ancla en el modelo METCAD.

La ruta metodológica consistió en una revisión crítica e integradora de la literatura especializada (2020-2025) en español, inglés y portugués, consultada en bases de datos como ERIC, Scopus, Web of Science, Dialnet, Redalyc y SciELO. La búsqueda mediante ecuaciones compuestas por descriptores clave permitió consolidar un corpus final de 25 artículos científicos revisados por pares y con DOI verificables, los cuales fueron

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

estratificados en evidencia directa, transferible y contextual para garantizar el rigor interpretativo en la construcción del modelo teórico.

2. Desarrollo temático

2.1 Proposición

Las tecnologías emergentes deben actuar estrictamente como mediadores representacionales, diagnósticos y discursivos en la enseñanza de la división escrita, encontrándose su valor pedagógico en su capacidad para hacer visibles las relaciones conceptuales que justifican cada paso del algoritmo. Por consiguiente, la intervención digital debe tener un carácter transitorio y retirarse gradualmente hasta que el estudiante ejecute e interprete la operación de manera autónoma. En este modelo, el término tecnologías emergentes abarca recursos como manipulativos virtuales dinámicos, tutores inteligentes y analíticas de error; mientras que la inteligencia artificial generativa carece aún de evidencia empírica suficiente que respalde su uso como mediador primario para la división entera (Mohamed et al., 2022).

La fundamentación teórica de la proposición asume que la educación matemática es una tarea compleja orientada a la resolución de problemas, donde el algoritmo constituye una forma comprimida de razonamiento proporcional y posicional (Hwang & Tu, 2021). Cada cifra en el cociente, resta intermedia y reagrupamiento garantiza la conservación rigurosa de las cantidades del dividendo. La instrucción debe reconstruir estas correspondencias antes de acelerar la notación sintética, superando las falsas dicotomías que han generado controversia escolar (Wu, 2020). Esta relación se expresa formalmente mediante la ecuación $D = d \cdot q + r$ (con $0 \leq r < d$), sirviendo de puente para

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

que la tecnología ayude al alumno a visualizar la equivalencia cuantitativa durante la transición de lo concreto a lo abstracto.

Sobre esta base, el modelo METCAD se organiza como una progresión de cinco funciones: problematización, modelado, codificación, diagnóstico y transferencia. La propuesta establece un límite claro: si un recurso digital entrega el resultado automáticamente, oculta la reagrupación o premia la sola velocidad, pierde su función mediadora y limita su impacto a digitalizar la opacidad del formalismo convencional. La calidad didáctica de cualquier herramienta debe evaluarse, por lo tanto, en función de la actividad reflexiva y el razonamiento matemático que desencadena en el estudiante (Walter & Schwätzer, 2025).

2.2 Argumentos base para discutir

2.2.1 Comprensión conceptual y ejecución procedimental

Existe una marcada disociación entre la destreza procedimental y la comprensión conceptual en el aprendizaje del algoritmo de la división. Un estudiante puede ejecutar mecánicamente los pasos del cálculo sin comprender el valor posicional de las cifras ni el significado del residuo en una situación concreta. Tal como señala Wu (2020), el algoritmo convencional de la división larga constituye un atajo para obtener la división con resto (p. 2). Esta noción de atajo presupone un recorrido conceptual previo que le otorga sentido; si dicho trayecto se omite, la brevedad del procedimiento sintético se traduce en opacidad y memorización irreflexiva (Pacheco-Muñoz et al., 2022).

La literatura empírica confirma la persistencia de esta brecha en la educación primaria. Zorrilla et al. (2021) observaron que, aunque el uso del algoritmo aumenta a

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

TRASCENDERE
Número 8 Vol. 3 (2026) , pp. 76- 101 / Edición Continua
ISSN: en línea: 2959-5746
Depósito legal: Ta2023000080
ENSAYO

medida que los alumnos avanzan de tercero a sexto grado, la capacidad para interpretar el residuo en problemas realistas no muestra una mejora equivalente, manteniéndose como una causa recurrente de error (p. 1313). En esa misma línea, Pacheco-Muñoz et al. (2022) hallaron que estudiantes de cuarto grado resolvían la operación con exactitud pero no lograban atribuir significado al cociente o al resto. Por su parte, Bağdat y Bağdat (2023) identificaron que la introducción prematura de la regla algorítmica tiende a desplazar los esquemas e intuitivos y los modelos informales de los alumnos.

Estos hallazgos no justifican abandonar la enseñanza del algoritmo, sino fundamentar su instrucción en secuencias que coordinen la notación formal con la resolución de problemas contextualizados. Sá et al. (2025) demostraron que los estudiantes recurren espontáneamente a estrategias aditivas y representaciones icónicas antes de la instrucción formal, ofreciendo puntos de entrada valiosos para la mediación didáctica. Como concluyen Chai y Rosli (2025), dominar el formato algorítmico no garantiza comprender la solución en su contexto, por lo que la acción pedagógica debe asegurar que cada cifra y cada canje mantengan una correspondencia directa con la estructura y la semántica de la operación.

2.2.2 Representaciones dinámicas y secuencias graduadas

Las representaciones dinámicas digitales y los modelos de instrucción graduada ofrecen un marco efectivo para la enseñanza de la división. Investigaciones como la de Bouck, Long y Jakubow (2022) respaldan el uso de secuencias virtuales-representacionales-abstractas (VRA), demostrando que el andamiaje interactivo permite a los estudiantes alcanzar altos niveles de precisión e independencia al resolver

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

divisiones con resto. Estos hallazgos coinciden con intervenciones previas que confirman cómo la transición de la manipulación concreta o virtual hacia la simbolización facilita el aprendizaje procedimental y la resolución de problemas (Bouck et al., 2020; Root et al., 2021; Satsangi & Sigmon, 2024). Sin embargo, la literatura señala que, si bien el modelo VRA acelera la adquisición inicial de destrezas, la fluidez y la generalización a formatos no entrenados suelen ser más modestas (Bouck et al., 2023; Satsangi & Raines, 2023).

Diversas revisiones sistemáticas y estudios en educación primaria confirman el impacto positivo de estas herramientas en el aula ordinaria y en poblaciones con necesidades específicas. Park et al. (2022) y Long et al. (2023) sintetizaron intervenciones basadas en manipulativos virtuales, destacando ganancias sostenidas en la comprensión matemática. De igual modo, investigaciones aplicadas en primaria demostraron que la combinación de recursos concretos y virtuales supera a los métodos tradicionales en rendimiento y participación (Altıparmak & Ercan, 2025; Siller & Ahmad, 2024). La revisión de Ochugboju y Díez-Palomar (2025) reafirma estos beneficios, aunque advierte sobre riesgos latentes como la brecha digital, la falta de capacitación docente y la posibilidad de generar dependencia hacia la interfaz visual.

En consecuencia, la eficacia pedagógica de la representación digital no reside en la pantalla per se, sino en su transparencia matemática y en su alineación con el guión didáctico. El recurso interactivo debe permitir al estudiante visualizar con claridad qué unidades se están agrupando o canjeando, cómo varía la conservación de la cantidad y de qué manera se transforma el registro escrito. Las interfaces deben evitar distractores o recompensas irrelevantes y centrarse exclusivamente en la relación entre posición,

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

TRASCENDERE
Número 8 Vol. 3 (2026) , pp. 76- 101 / Edición Continua
ISSN: en línea: 2959-5746
Depósito legal: Ta2023000080
ENSAYO

valor y operación. De este modo, el andamiaje virtual cumple su función mediadora al iluminar las relaciones abstractas antes de que el soporte digital sea gradualmente retirado

2.2.3 Diagnóstico adaptativo e inteligencia artificial

Los errores cometidos durante la ejecución de la división responden a causas heterogéneas, tales como fallas en la estimación del cociente parcial, desaciertos en las restas intermedias, omisión de la reagrupación o incapacidad para interpretar el residuo. Una herramienta tecnológica resulta pedagógicamente valiosa cuando logra aislar el patrón específico del fallo y proveer asistencia orientada a la reconstrucción del concepto. En este ámbito, sistemas de tutoría inteligente como el evaluado por Shih et al. (2023) han demostrado que la detección de errores y el despliegue de retroalimentación adaptativa generan ganancias significativas en el rendimiento aritmético, beneficiando en mayor medida a los estudiantes con bajo desempeño inicial. Aunque las revisiones globales confirman que la tutoría y la personalización son las funciones más consolidadas de la inteligencia artificial en la educación matemática, se evidencia una persistente escasez de investigaciones aplicadas exclusivamente a la división entera (Hwang & Tu, 2021; Mohamed et al., 2022).

La presencia de sistemas adaptativos no desplaza la función mediadora del profesorado en el aula. Shin (2022) constató que los docentes que conciben la inteligencia artificial como un asistente analítico integran los datos de error de manera mucho más productiva en sus lecciones que quienes la perciben como un sustituto de la instrucción directa. En este sentido, entornos de simulación como el desarrollado por Lee

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

y Yeo (2022) facilitan que los futuros profesores ejerciten la gestión de errores matemáticos antes de su práctica docente. Por su parte, Li (2025) subraya que la adopción efectiva de estos recursos depende de una red compleja de conocimientos pedagógicos, actitudes y condiciones institucionales, por lo que la mera disponibilidad del software no garantiza un uso matemáticamente provechoso.

En virtud de estas dinámicas, el modelo METCAD restringe el alcance de la inteligencia artificial a la clasificación estricta de patrones de error y a la entrega de pistas mínimas previamente auditadas por el docente. Se evita intencionadamente que los sistemas automatizados generen definiciones, soluciones o explicaciones abiertas de forma libre, asegurando la trazabilidad del proceso y la ausencia de errores fácticos. Esta delimitación resguarda la responsabilidad del estudiante en la construcción de su propio razonamiento, manteniendo al profesor como el agente central en la interpretación de los datos diagnósticos y en la toma de decisiones pedagógicas situadas (Li, 2025; Shin, 2022).

2.2.4 Criterios de selección, límites y riesgos

El cuarto eje temático confronta la disponibilidad comercial de software educativo con los criterios de calidad científica y los riesgos de la digitalización. Walter y Schwätzer (2025) llevaron a cabo un riguroso análisis sobre 227 aplicaciones comerciales de matemáticas destinadas a la educación primaria. Los autores constataron que la aplastante mayoría de las herramientas se limita a promover la práctica repetitiva de cálculos descontextualizados, ofreciendo escasas oportunidades para el desarrollo de

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

procesos de razonamiento o resolución de problemas. La popularidad o accesibilidad de una aplicación no constituye, bajo ninguna circunstancia, garantía de valor didáctico.

En un metaanálisis de amplio espectro, Hillmayr et al. (2020) sintetizaron 92 investigaciones sobre el impacto de las herramientas digitales en matemáticas y ciencias. Si bien identificaron un efecto positivo general sobre el aprendizaje, enfatizaron que las mayores ganancias se registran de forma exclusiva cuando la tecnología se integra de manera orgánica en la secuencia metodológica trazada por el docente. La extrapolación directa de estos hallazgos a la división de números enteros en la escuela primaria requiere una lectura crítica, pues los efectos varían en función de la madurez cognitiva de los alumnos y del contenido específico.

El primer riesgo inherente al uso irreflexivo de la tecnología es la externalización cognitiva. Cuando el entorno digital asume la ejecución de los canjes, calcula las restas intermedias o provee la respuesta al instante, el estudiante puede completar la tarea con éxito aparente sin haber establecido las conexiones conceptuales requeridas. El segundo riesgo se vincula a la dependencia de las pistas, donde el alumno aprende a adivinar la secuencia interactuando mecánicamente con las ayudas del sistema. Ambas amenazas se neutralizan mediante el uso de ayudas mínimas, la introducción de pausas de reflexión antes de la respuesta y la programación explícita del desvanecimiento del soporte digital (Bouck et al., 2023; Satsangi & Raines, 2023).

El tercer riesgo concierne a la inequidad y brecha digital. La falta de conectividad estable, la insuficiencia de dispositivos o las interfaces poco accesibles condicionan sensiblemente la experiencia de aprendizaje. Una propuesta pedagógica rigurosa debe

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

garantizar la equivalencia entre las actividades virtuales y los materiales físicos manipulables, ofreciendo alternativas offline, compatibilidad con teclados sencillos y tiempos de respuesta flexibles (Ochugboju & Díez-Palomar, 2025).

El cuarto riesgo atañe a la *privacidad y protección de datos*. El registro continuo de las pautas de respuesta de los alumnos ofrece ventajas diagnósticas, pero abre la puerta a la creación de perfiles sesgados. El modelo METCAD exige el cumplimiento del principio de minimización de datos, garantizando que la información procesada responda únicamente al análisis matemático local bajo la supervisión directa del profesor.

2.3 Propuesta

Como respuesta integradora a la problemática y al debate teórico analizado, se formula el modelo de Mediación Tecnológica-Didáctica para la Comprensión del Algoritmo de División (METCAD). Este modelo organiza la enseñanza en una progresión sistemática de cinco fases orientadas a coordinar la actividad matemática del estudiante con las funciones tecnológicas y la mediación del profesor. Las características de cada fase se sintetizan en la Tabla 1.

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

TRASCENDERE
Número 8 Vol. 3 (2026) , pp. 76- 101 / Edición Continua
ISSN: en línea: 2959-5746
Depósito legal: Ta2023000080
ENSAYO

Tabla 1

Fases operativas del modelo METCAD

Fase	Actividad matemática	Función tecnológica	Mediación docente	Evidencia de avance
Problematizar	Estimar, identificar unidades y anticipar el sentido del resto.	Presentar un contexto interactivo breve; sin resolver la operación.	Solicita predicciones e insta a comparar interpretaciones.	Explica qué se reparte o mide y acota el rango del cociente.
Modelizar	Formar grupos y reagrupar centenas, decenas y unidades.	Desplegar manipulativo virtual enlazado al valor posicional.	Nombra unidades posicionales y exige justificar cada canje.	Conserva las cantidades y reconoce el resto parcial.

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

Codificar	Traducir las acciones concretas al algoritmo convencional.	Sincronizar el modelo, la cifra del cociente y la resta parcial.	Relaciona cada símbolo escrito con la acción gráfica previa.	Explica la posición y el significado de cada cifra escrita.
Diagnosticar	Localizar el origen del error y revisar la decisión tomada.	Clasificar patrones de error y entregar pistas mínimas.	Interpreta los datos y selecciona la intervención oportuna.	Corrige el procedimiento y verbaliza la regla infringida.
Transferir	Resolver sin apoyos, variar contextos y comprobar la igualdad.	Retirar ayudas digitales y registrar el desempeño final.	Contrasta métodos de resolución y promueve la generalización.	Verifica D=d.q+r e interpreta r autónomamente.

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

Nota. Estructura teórica propuesta para la integración progresiva de recursos digitales en la división.

En la primera fase (Problematizar), se plantea una situación del entorno que demanda la estimación de magnitudes y la discusión sobre el reparto o la medición. El algoritmo formal no se presenta de entrada; es el propio estudiante quien debe identificar la unidad de medida involucrada y anticipar el sentido del resultado. Es imprescindible destacar que la comparación entre las situaciones de partición y agrupamiento no transforma a la división en un acto semánticamente automático (Bağdat & Bağdat, 2023; Zorrilla et al., 2021).

En la segunda fase (Modelizar), se utilizan bloques de base diez, sean físicos o virtuales. El estudiante efectúa la distribución de las cantidades y realiza la conversión explícita de una unidad de orden superior por diez unidades del orden inmediatamente inferior. El soporte digital debe ofrecer un historial dinámico que impida que la reagrupación sea percibida como una transformación mágica o la simple colocación de un dígito auxiliar.

La tercera fase (Codificar) vincula de manera directa la acción sobre el modelo dinámico con el registro sintético de la notación convencional. Cada movimiento ejecutado en la pantalla se traduce instantáneamente en la posición correspondiente del algoritmo. Progresivamente, la representación gráfica se atenía hasta dejar al estudiante al mando exclusivo de la escritura simbólica. Tal como afirman Root et al. (2021), "las estrategias didácticas efectivas para mejorar las habilidades matemáticas de resolución

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

de problemas son fundamentales para el éxito del alumnado tanto en tareas escolares como en tareas matemáticas del mundo real" (p. 1).

La cuarta fase (Diagnosticar) utiliza la tecnología como analítica de soporte sin resolver la tarea por el usuario. Si el cociente parcial estimado resulta excesivo, el sistema entrega una pista mínima que orienta a verificar el producto (Long et al., 2023; Park et al., 2022). Si el fallo reside en la alineación del valor posicional, se solicita al alumno nombrar la unidad correspondiente. Si el residuo infringe la condición $r \geq d$, la alerta sugiere examinar la posibilidad de estructurar un nuevo grupo. El catálogo de pistas debe ser acotado, pedagógicamente auditado y rigurosamente validado.

En la quinta fase (Transferir), se remueven de forma definitiva la animación gráfica, las ayudas diagnósticas y las interfaces interactivas. El alumno resuelve operaciones sobre papel, justifica oralmente o por escrito cada paso decisivo y comprueba la exactitud mediante la ecuación $D=d.q+r$. Posteriormente, aplica el mismo procedimiento a situaciones con significados alternativos del residuo. La transferencia efectiva se logra únicamente cuando el desempeño conceptual, procedimental y contextual se mantiene inalterado sin el soporte digital.

Para ilustrar la articulación de este modelo, se presenta el análisis del ejercicio $745 \div 6$. El proceso se inicia distribuyendo 7 centenas entre 6 grupos, obteniéndose 1 centena para el cociente y quedando 1 centena sobrante. Esta centena restante se descompone y reagrupa con las 4 decenas existentes, conformando 14 decenas. A continuación, se reparten 14 decenas entre 6, asignando 2 decenas al cociente y dejando 2 decenas de residuo parcial, las cuales se transforman en 20 unidades y se adicionan

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

TRASCENDERE
Número 8 Vol. 3 (2026) , pp. 76- 101 / Edición Continua
ISSN: en línea: 2959-5746
Depósito legal: Ta2023000080
ENSAYO

a las 5 unidades del dividendo. Finalmente, se distribuyen 25 unidades entre 6, resultando 4 unidades en el cociente y 1 unidad de residuo final. La operación concluye con la verificación de la igualdad fundamental: 745=6x124+1, donde 1<6. La correspondencia entre los registros se detalla en la Tabla 2.

Tabla 2

Correspondencia representacional y simbólica para la operación 745÷6

Acción sobre cantidades	**Registro algorítmico**	**Invariante verbalizado**
Distribuir 7 centenas; queda 1 centena sobrante que se canjea por 10 decenas.	1 en la posición de las centenas; 14 decenas disponibles para la siguiente fase.	El canje conserva estrictamente el valor total del dividendo.
Distribuir 14 decenas; quedan 2 decenas sobrantes que se canjean por 20 unidades.	2 en la posición de las decenas; 25 unidades disponibles para repartir.	Cada cifra del cociente designa un orden de magnitud específico.

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

Distribuir 25 unidades; queda 1 unidad no distribuida.	4 en la posición de las unidades; residuo final equivalente a 1.	Comprobación: 745=6x124+1 y cumplimiento de la condición 1<6.

Nota. Adaptación conceptual basada en la coordinación del valor posicional expuesta por Wu (2020).

La mediación docente actúa como el eje vertebrador de todas las fases del modelo. El profesor selecciona los contextos problemáticos, orienta las discusiones en el aula y evalúa el momento preciso para retirar las ayudas digitales. Aunque la tecnología aporte métricas precisas sobre los errores de cálculo, carece de la capacidad para interpretar por sí misma las intenciones o los esquemas mentales del alumno. El juicio profesional del docente integra las analíticas de la pantalla con las intervenciones verbales y los gestos de los estudiantes (Li, 2025; Shin, 2022). Para evaluar este proceso de manera integral, el modelo METCAD propone una matriz compuesta por cuatro dimensiones específicas. Esta estructura busca superar la evaluación basada en la simple obtención de un resultado correcto, tal como se detalla en la Tabla 3.

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

TRASCENDERE
Número 8 Vol. 3 (2026) , pp. 76- 101 / Edición Continua
ISSN: en línea: 2959-5746
Depósito legal: Ta2023000080
ENSAYO

Tabla 3

Matriz multidimensional de evaluación del modelo METCAD

Dimensión	Tarea representativa	Indicador de logro	Momento de aplicación
Conceptual	Explicar la reagrupación de cantidades y estimar el rango del cociente.	Conserva el valor de las unidades decimales y justifica la estimación.	Diagnóstico inicial y evaluación final.
Procedimental	Resolver divisiones exactas e inexactas utilizando la notación escrita.	Ejecuta con exactitud los pasos, canjes y restas en cada orden posicional.	Durante la fase de práctica y codificación.
Contextual	Resolver problemas verbales que exijan adoptar distintas decisiones sobre r.	Interpreta el residuo de acuerdo con la naturaleza de la unidad en cuestión.	Fase posterior al dominio del procedimiento.
Transferencia	Resolver operaciones sin soporte digital y tras un período de demora.	Mantiene la exactitud, la explicación	Seguimiento a mediano plazo.

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

	conceptual y la comprobación.

Nota. Diseño evaluativo orientado a evitar la inferencia de comprensión a partir de un único puntaje cuantitativo.

Las investigaciones futuras deberán someter a prueba el modelo METCAD mediante diseños experimentales o cuasiexperimentales que comparen tres condiciones: instrucción tradicional sin tecnología, práctica digital automatizada y mediación guiada bajo el modelo METCAD. Estos estudios deberán implementarse en aulas ordinarias de educación primaria, considerando muestras representativas y evaluaciones longitudinales para medir la retención a largo plazo. Al respecto, se ha resaltado que:

> Los estudiantes con dificultades de aprendizaje demostraron mejoría matemática tras recibir intervenciones que involucraban manipulativos virtuales. Aunque muchos estudiantes con dificultades de aprendizaje mantuvieron y generalizaron los efectos de la intervención, se requiere más investigación para verificar los hallazgos actuales. (Park et al., 2022, p. 2)

Asimismo, las investigaciones deberán contemplar el análisis cualitativo del discurso matemático en el aula, los tipos de errores resistentes y la fidelidad de la implementación docente. Estas variables deberán ser analizadas en el marco de la diversidad socioeconómica, lingüística y funcional de los entornos escolares reales.

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

TRASCENDERE
Número 8 Vol. 3 (2026) , pp. 76- 101 / Edición Continua
ISSN: en línea: 2959-5746
Depósito legal: Ta2023000080
ENSAYO

3. Conclusiones

La enseñanza del algoritmo de la división en la educación primaria requiere trascender la ejecución mecánica de secuencias sintéticas para reconectar la notación escrita con sus invariantes matemáticos fundamentales: el valor posicional, la conservación de las cantidades, la igualdad D = d . q + r y la semántica contextual del residuo. La literatura revisada demuestra que un alto rendimiento procedimental no garantiza la comprensión conceptual ni la adecuada interpretación de la respuesta en la resolución de problemas reales. Frente a este vacío, las tecnologías emergentes, tales como los manipulativos virtuales dinámicos y los tutores adaptativos, actúan como mediadores eficaces para visibilizar los procesos de reagrupamiento y diagnosticar patrones de error, siempre que su diseño evite el entrenamiento automatizado y la opacidad algorítmica.

El modelo METCAD sintetiza esta articulación mediante cinco fases operativas progresivas (problematización, modelado, codificación, diagnóstico y transferencia), estableciendo que la función didáctica debe prevalecer sobre la mera novedad del dispositivo digital. En esta estructura, la tecnología cumple un rol transitorio destinado a externalizar relaciones complejas y sugerir retroalimentaciones formativas acotadas, pero debe programar su desvanecimiento paulatino hasta verificar que el estudiante ejecuta e interpreta la división de manera autónoma. Asimismo, la mediación docente se

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

mantiene como el factor insustituible que orienta el discurso matemático e integra las métricas analíticas en decisiones pedagógicas situadas.

En última instancia, la evidencia disponible no respalda que la sola presencia de herramientas tecnológicas incremente por sí misma el aprendizaje del algoritmo en aulas ordinarias, lo que condiciona su utilidad a la calidad del diseño metodológico y a la formación pedagógico-tecnológica del profesorado. En el ámbito de las tecnologías de IA, resulta imprescindible privilegiar arquitecturas diagnósticas transparentes sobre modelos generativos abiertos sin auditabilidad. La contribución teórica de este estudio ratifica que la innovación digital solo agrega valor científico cuando preserva el razonamiento reflexivo del alumnado y potencia la autonomía conceptual, transformándose en automatización vacía en caso de sustituir dichas funciones.

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

TRASCENDERE
Número 8 Vol. 3 (2026) , pp. 76- 101 / Edición Continua
ISSN: en línea: 2959-5746
Depósito legal: Ta2023000080
ENSAYO

4. Referencias

Altıparmak, K., & Ercan, P. E. (2025). The impact of virtual manipulatives in online learning on 4th grade students' learning. *Journal of Online Learning Research*, *11*(1), 9–33. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1469244.pdf

Bağdat, O., & Bağdat, A. (2023). Should I learn division algorithm?: An investigation of elementary students' solution strategies on division with remainder (DWR) problems. *Osmangazi Journal of Educational Research*, *10*(Special Issue), 273–292. https://doi.org/10.59409/ojer.1373059

Bouck, E. C., Long, H., & Bae, Y. (2023). Exploring the virtual-representational-abstract instructional sequence across the learning stages for struggling students. *Behavior Modification*, *47*(3), 590–614. https://doi.org/10.1177/01454455221129998

Bouck, E. C., Long, H., & Jakubow, L. (2022). Teaching division online to students via a virtual manipulative instructional sequence. *Education and Training in Autism and Developmental Disabilities*, *57*(1), 16–30. https://doi.org/10.1177/215416472205700103

Bouck, E. C., Shurr, J., & Park, J. (2020). Virtual manipulative-based intervention package to teach multiplication and division to secondary students with developmental disabilities. *Focus on Autism and Other Developmental Disabilities*, *35*(4), 195–207. https://doi.org/10.1177/1088357620943499

Chai, X. N., & Rosli, R. (2025). Rahsia di sebalik baki: Pengetahuan murid sekolah rendah tentang konsep baki dalam operasi bahagi nombor bulat. *Jurnal*

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

Pendidikan Sains Dan Matematik Malaysia, *15*(2), 123–141. https://doi.org/10.37134/jpsmm.vol15.2.10.2025

Hillmayr, D., Ziernwald, L., Reinhold, F., Hofer, S. I., & Reiss, K. M. (2020). The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis. *Computers & Education*, *153*, 103897. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103897

Hwang, G.-J., & Tu, Y.-F. (2021). Roles and research trends of artificial intelligence in mathematics education: A bibliometric mapping analysis and systematic review. *Mathematics*, *9*(6), 584. https://doi.org/10.3390/math9060584

Lee, D., & Yeo, S. (2022). Developing an AI-based chatbot for practicing responsive teaching in mathematics. *Computers & Education*, *191*, 104646. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2022.104646

Li, M. (2025). Integrating artificial intelligence in primary mathematics education: Investigating internal and external influences on teacher adoption. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *23*, 1283–1308. https://doi.org/10.1007/s10763-024-10515-w

Long, H. M., Bouck, E. C., & Kelly, H. (2023). An evidence-based practice synthesis of virtual manipulatives for students with ASD and IDD. *Focus on Autism and Other Developmental Disabilities*, *38*(3), 147–157. https://doi.org/10.1177/10883576221121654

Mohamed, M. Z. B., Hidayat, R., Suhaizi, N. N. B., Sabri, N. B. M., Mahmud, M. K. H. B., & Baharuddin, S. N. B. (2022). Artificial intelligence in mathematics education: A systematic literature review. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *17*(3), em0694. https://doi.org/10.29333/iejme/12132

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

Ochugboju, A. O., & Díez-Palomar, J. (2025). Systematic review on the use of virtual and physical manipulatives by primary school teachers. *Social Sciences & Humanities Open*, *12*, 102188. https://doi.org/10.1016/j.ssaho.2025.102188

Pacheco-Muñoz, E., Nava-Lobato, S., Juárez-López, J. A., y Ponce de León-Palacios, M. (2022). Division problems with remainder: A study on strategies and interpretations with fourth grade Mexican students. *Mathematics Teaching Research Journal*, *14*(5), 159–180. https://eric.ed.gov/?id=EJ1382676

Park, J., Bryant, D. P., & Shin, M. (2022). Effects of interventions using virtual manipulatives for students with learning disabilities: A synthesis of single-case research. *Journal of Learning Disabilities*, *55*(4), 325–337. https://doi.org/10.1177/00222194211006336

Root, J. R., Cox, S. K., Gilley, D., & Wade, T. (2021). Using a virtual-representational-abstract integrated framework to teach multiplicative problem solving to middle school students with developmental disabilities. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, *51*, 2284–2296. https://doi.org/10.1007/s10803-020-04674-2

Sá, B., Oliveira, A., Tavares, D. dos S., Menino, H., & Cadima, R. (2025). Estratégias e representações matemáticas de alunos do 3º ano na resolução de problemas envolvendo a divisão. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *39*, e240316. https://doi.org/10.1590/1980-4415v39a240316

Satsangi, R., & Raines, A. R. (2023). Examining virtual manipulatives for teaching computations with fractions to children with mathematics difficulty. *Journal of Learning Disabilities*, *56*(4), 295–309. https://doi.org/10.1177/00222194221097710

Satsangi, R., & Sigmon, S. D. (2024). Teaching multiplicative thinking with virtual representations to children with mathematics difficulty. *Remedial and Special Education*, *45*(4), 216–229. https://doi.org/10.1177/07419325231206483

Shih, S.-C., Chang, C.-C., Kuo, B.-C., & Huang, Y.-H. (2023). Mathematics intelligent tutoring system for learning multiplication and division of fractions based on diagnostic teaching. *Education and Information Technologies*, *28*, 9189–9210. https://doi.org/10.1007/s10639-022-11553-z

Shin, D. (2022). Teaching mathematics integrating intelligent tutoring systems: Investigating prospective teachers' concerns and TPACK. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *20*(8), 1659–1676. https://doi.org/10.1007/s10639-021-10221-x

Siller, H.-S., & Ahmad, S. (2024). The effect of concrete and virtual manipulative blended instruction on mathematical achievement for elementary school students. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *24*, 229–266. https://doi.org/10.1007/s42330-024-00336-y

Walter, D., & Schwätzer, U. (2025). Mathematics apps under the magnifying glass: An analysis of the inventory of math apps for primary schools using German-language apps as a case study. *Technology, Knowledge and Learning*, *30*, 1871–1893. https://doi.org/10.1007/s10758-024-09782-x

Wu, H.-H. (2020). Misconceptions about the long division algorithm in school mathematics. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, *11*(2), 1–12. https://math.berkeley.edu/~wu/JMETC_2020.pdf

Zorrilla, C., Ivars, P., y Fernández, C. (2021). Problemas realistas de división con resto: Un estudio sobre las estrategias en educación primaria. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, *26*(91), 1313–1339.

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663

Número 8 Vol. 3 (2026) , pp. 76- 101 / Edición Continua
ISSN: en línea: 2959-5746
Depósito legal: Ta2023000080
BY NC SA

https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1405-66662021000401313&script=sci_arttext

https://doi.org/10.56219/trascendere.v3i8.663